

UN MODELO DE ANÁLISIS DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN UN ENTORNO INTERACTIVO.

JESÚS MURILLO Y GUILLERMINA MARCOS.

Universidad de La Rioja. Dto de Matemáticas y C.

RESUMEN

En esta comunicación presentamos un modelo para analizar la eficacia de un entorno interactivo, con relación a la adquisición de determinadas competencias matemáticas por los alumnos de la ESO. En particular la competencia comunicativa, cuando la clase se organiza utilizando soportes informáticos y el trabajo colaborativo. El modelo diseñado consta básicamente del entorno interactivo, actividades con una determinada estructura y cuatro componentes del discurso con sus correspondientes indicadores que nos permiten realizar el análisis correspondiente. Presentamos unas primeras conclusiones y esbozamos algunas propuestas de futuro.

Palabras clave: Cabri, competencia comunicativa, competencia matemática, entorno de aprendizaje con ordenador, Geometría, software dinámico de geometría, educación secundaria

ABSTRACT

In this paper we present a model to analyze the efficiency of an interactive environment, regarding the acquisition of certain mathematical skills by students of ESO (Compulsory Secondary Education). Particularly the communication skill when the class is organized using computer support and cooperative work. The designed model consists basically of the interactive environment, activities with a particular structure and four components of the speech with their own descriptors which allow us to make the correspondent analysis. We present some first conclusions and outline some suggestions for future works.

Key words: Cabri, communication skill, mathematical skill, computer learning environment, Geometry, dynamic geometry software, secondary education.

INTRODUCCIÓN

La sociedad del conocimiento en la que nos encontramos inmersos exige y plantea nuevos retos en el sistema educativo, que implican nuevos métodos de trabajo y de enseñanza, de manera que se facilite una formación integral a los estudiantes, adquiriendo las competencias necesarias que les permitan desenvolverse de forma adecuada en la sociedad. Esto supone un cambio conceptual en la organización de las enseñanzas obligatorias para adaptarse a los modelos de formación más centrados en el estudiante y en su trabajo. La investigación que desarrollamos se lleva a cabo en un contexto en el que los estudiantes trabajan de forma cooperativa/colaborativa, de manera que la necesidad de articular y explicar al grupo las ideas propias sobre los procesos de resolución de los problemas, favorece el desarrollo de la capacidad de comunicación y la profundización e integración del conocimiento.

INTERÉS Y ESTADO DE LA CUESTIÓN

Un breve análisis del proceso de incorporación de las TIC a los espacios escolares evidencia que esta inclusión ha sido progresiva y continua en las últimas décadas y que a lo largo de los últimos años, han ido cambiando las concepciones relativas al aprendizaje, a la relación entre TIC y

educación y a las interacciones entre los polos del proceso educativo. Más allá de que existan espacios curriculares específicos para el aprendizaje de las TIC, está claro que también es necesario incorporar las TIC a través de cada espacio curricular, en particular en el de Matemáticas.

Consideramos que el alumno debe participar de forma activa en su propia formación, asumiendo parte de la responsabilidad de su aprendizaje, desarrollando algunas de las funciones que en la enseñanza tradicional están reservadas al profesor.

Es necesario, por tanto, una nueva concepción de la formación de nuestros alumnos de Secundaria, más centrada en el aprendizaje y en la que la función del profesor debe estar focalizada en su labor de guía y moderador del aprendizaje. Esta nueva concepción exige unas estructuras más flexibles que a la vez que posibilitan un amplio acceso social al conocimiento permitan también una capacitación crítica para interpretar la información, aspectos que se verán potenciados con la utilización de las TIC.

El papel del lenguaje en el aprendizaje de las Matemáticas y la relevancia otorgada a los procesos relativos a la comunicación se ven reflejados en numerosas investigaciones (Godino 2001, Neshier 2000, Duval 2001...), y en las orientaciones curriculares de muchos países, por ejemplo, en el currículo de Matemáticas de la ESO se señala: *“Es importante habituar a los alumnos a expresarse oral, escrita y gráficamente en situaciones susceptibles de ser tratadas matemáticamente, mediante la adquisición y el manejo de un vocabulario específico de notaciones y términos matemáticos.”* (MECD-BOE, 2003). En el Proyecto OCDE/PISA, se define el dominio *“alfabetización matemática”* para referirse a las capacidades de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando identifican, formulan y resuelven problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones” (Rico, 2003).

Si bien, casi todas las investigaciones se centran en la producción de textos escritos en clases presenciales; es cierto que últimamente, ha cobrado importancia el discurso escrito en entornos virtuales, utilizado éste como herramienta para las teleinteracciones con alumnos (Figueiras, 2000) y (Fortuny, 2000).

Neshier (2000), con el término “hablar matemáticamente” se refiere a usar el lenguaje matemático, aplicándolo a variados contextos, pero teniendo en cuenta su propia sintaxis. Con la expresión *“hablar de matemáticas”*, se hace referencia al hecho de utilizar el lenguaje natural como metalenguaje para expresar ideas matemáticas. Coincidimos con Neshier en que cuando los alumnos producen este tipo de argumentos, desarrollan aprendizaje matemático; en particular cuando los alumnos comunican sus estrategias geométricas, desarrollan aprendizaje geométrico. Creemos que esta modalidad comunicativa, favorece el desarrollo de la competencia comunicativa y la mejora de las capacidades geométricas en tanto que propicia la interacción, el intercambio y la reflexión.

Para los fines de nuestra investigación, hemos definido la acción *“escribir de geometría”* (adaptación de *“hablar de matemáticas”*), con la que nos referimos al proceso de producción de discursos-escritos- en los que los alumnos explican, justifican y describen el procedimiento que han llevado a cabo para la resolución de problemas, empleando el lenguaje natural como metalenguaje. El análisis de los discursos escritos y el papel de la comunicación, planteados en nuestra investigación adquiere una relevancia especial, debido a que se desarrolla en un contexto de “enseñanza bimodal”, donde la producción de discursos escritos juega un rol superador al de “tarea escolar” ya que adquiere una dimensión comunicativa real e imprescindible en las interacciones profesor - alumno y alumno - alumno.

OBJETIVOS.

El objetivo básico de nuestra investigación es analizar los beneficios cognitivos¹ que se producen en nuestros alumnos en relación con la adquisición de determinadas competencias matemáticas, y en particular con la competencia comunicativa, cuando desarrollan trabajo colaborativo, utilizando un entorno interactivo de aprendizaje soportado por medios informáticos. Como objetivos que se muestran en esta comunicación, señalamos los siguientes:

Diseñar y evaluar actividades adecuadas al medio utilizado, a los contenidos y a los objetivos formativos de los alumnos.

Diseñar instrumentos e indicadores adecuados para el análisis de las actividades diseñadas y de las producciones de los alumnos.

Analizar la producción de discursos correctos como parte de la resolución de problemas geométricos.

Analizar el desarrollo de la competencia comunicativa matemática.

METODOLOGÍA

La investigación se desarrolla en el marco de una asignatura optativa “Taller de Matemáticas” para alumnos de 3º de ESO. Las clases se desarrollan en un aula de Informática, con ordenadores que tienen Cabri II y acceso a Internet. Utilizamos como soporte, un entorno interactivo constituido por una red electrónica, Internet, software de correo y de navegación de dominio público, y un foro de discusión.

Hay una fase presencial previa de trabajo con los alumnos, en la que se les instruye en el manejo del entorno de aprendizaje. En una segunda fase, se incorpora la figura del profesor virtual, y con él una dinámica de trabajo diferente ya que se incorpora una manera de comunicación e interacción diferente. En esta segunda fase la comunicación es bidireccional entre profesor virtual y alumno, y se realiza fundamentalmente a través del correo electrónico y finalmente una tercera fase, en la que se introduce la comunicación multidireccional a través del Foro electrónico. Los intercambios que se producen a través del correo electrónico, del foro y de la página Web del Proyecto, suponen aprender a utilizar una nueva herramienta para comunicarse. Esta modalidad comunicativa entre alumno-profesor y alumno-alumno, incluye tanto las actividades como sus resoluciones, las consultas de dudas o solicitudes de ayudas, e incluso los comentarios personales.

Para el análisis de la información correspondiente, hemos diseñado instrumentos y definido categorías de actividades, componentes del discurso e indicadores para analizar y evaluar tanto las actividades propuestas como las producciones de los alumnos.

Las actividades.

Las actividades propuestas han sido diseñadas, teniendo en cuenta los siguientes criterios: conocimientos matemáticos que exigen (conceptos y estructuras conceptuales, destrezas, estrategias generales), tiempo estimado para la resolución, posibles errores, tipo de actividad (ejercicios de reestructuración; ejercicios de reconocimiento; ejercicios algorítmicos; problemas de aplicación; problemas de enunciado abierto) y conocimientos lingüísticos y semánticos que intervienen (Alsina,

¹ Consideramos como beneficios cognitivos la adquisición y desarrollo de estrategias generales, la capacidad de argumentar, de razonar, de demostrar, y de la competencia comunicativa en matemáticas.

1997). Se han determinamos los elementos necesarios que deben aparecer, en función de los procesos comunicativos que se presentan en cada una de las tres etapas: etapa presencial, de correo electrónico y foro electrónico.

Las fases mencionadas, se caracterizan por presentar modalidades comunicativas muy diferentes; haciendo entonces que las actividades propias de cada una de ellas también presenten estructuras diferentes.

Hemos caracterizado cada una de ellas, atendiendo a las interacciones producidas (alumno–alumno, alumno–profesor real, alumno–profesor virtual), al carácter de dichas interacciones (presencial, a distancia), a la modalidad comunicativa (oral, escrita presencial, escrita asincrónica), y a los roles (simetría, asimetría).

Seguidamente damos un esbozo de las características de las actividades:

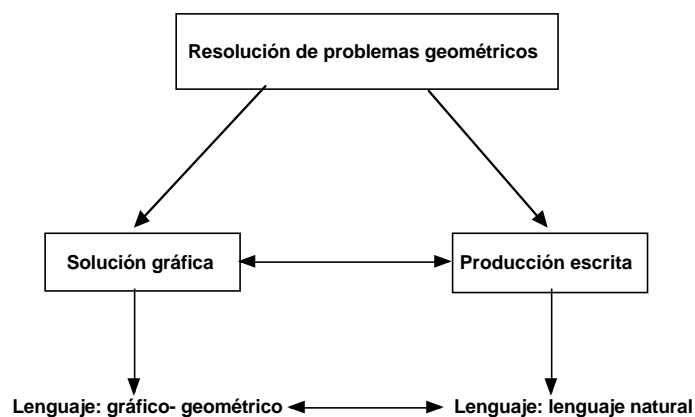
Las actividades de la *etapa presencial*, tienen un formato conocido por los alumnos: consisten en un texto que plantea alguna construcción o reflexión geométrica. Son problemas de aplicación que lo que persiguen es que los alumnos se familiaricen con el uso de Cabri y a la vez reflexionen sobre algunos conceptos y relaciones geométricos ya conocidos. Como novedad se exige en la propia resolución del problema la explicación del procedimiento y de las relaciones utilizadas usando lenguaje verbal, que constituye un entrenamiento y que en la siguiente etapa se convertirá en imprescindible para la comunicación.

Las actividades de la *etapa correo electrónico* deben ser casi autosuficientes y con la posibilidad de permitir distintos niveles de exigencia y profundidad, de manera que resulten adaptables a cada interlocutor (especificar tanto como sea necesario -y suficiente- para cada alumno y permitir a cada uno el máximo desarrollo posible según sus posibilidades). Esta adaptabilidad a receptores tan diversos, se logra a través de “ayudas progresivas” que se administran según las necesidades del caso y a través de “diversificaciones” de la actividad inicial y general (destinada al total de los alumnos) permitiendo que cada uno siga un “itinerario” conveniente. Estas “ayudas” pueden aparecer de dos maneras: a través del mismo correo electrónico o a través de enlaces que aparecen en el texto de la actividad, a las que recurre el alumno en caso de necesitarlas.

Las actividades de la *tercera etapa* deben ser más abiertas que en la fase anterior, porque son las interacciones entre pares las que funcionan como “ayudas” y/o diversifican el itinerario por el que se discurre. Asimismo, el profesor, tiene la posibilidad de intervenir en el foro; con lo que la actividad tiene un formato susceptible de intervenciones docentes que se irán graduando según el proceso.

Las resoluciones de los alumnos:

El siguiente esquema modeliza el análisis de las resoluciones de los alumnos:



Consideramos que las producciones escritas, a través de las cuales los alumnos utilizan el lenguaje natural como metalenguaje para expresar ideas matemáticas -discursos que suelen estar parcialmente expresados utilizando términos y notaciones geométricas- son parte de la resolución del problema geométrico propuesto. Cuando los alumnos producen este tipo de discursos, desarrollan aprendizaje matemático; en particular cuando los alumnos comunican sus estrategias geométricas desarrollan aprendizaje geométrico.

Por esta razón, nuestro trabajo incluye el análisis de los discursos escritos producidos por los alumnos, como parte de la resolución de los problemas geométricos propuestos; discursos en los que los alumnos explican, justifican y describen el procedimiento que han llevado a cabo (competencia comunicativa)

Para dicho análisis, proponemos un modelo de cuatro componentes con sus indicadores correspondientes, tomando como referencia el modelo establecido por Canale (1995):

a) **COHERENCIA**, para analizar la capacidad de elaborar discursos coherentes y en los que no aparezcan contradicciones. Las partes del discurso deben estar conexas dando lugar a un mensaje claro con sentido y completo. Analizamos la coherencia tomando en consideración dos niveles, uno centrado en la propia estructura del discurso (intratextual) y otro tomando en consideración la relación entre la solución gráfica² y la producción escrita (extratextual).

b) **RESPECTO Y ADECUACIÓN**, para analizar el conocimiento de las reglas socioculturales de uso, adecuación a la situación de los participantes, las normas sociales de interacción, ... La utilización del texto adecuado en un contexto concreto para dirigirse a sus iguales o al profesor/tutor. Estos aspectos, hoy en día se consideran como reglas regulativas de la comunicación (Grice, 1991) y cuyo aprendizaje corresponde específicamente a la escuela.

c) **ORTOGRAFÍA Y VOCABULARIO**, para analizar el código lingüístico propiamente dicho. En nuestro contexto específico nos referiremos no solamente al uso correcto de las palabras y signos auxiliares del lenguaje natural, sino también a las particularidades del lenguaje geométrico y al uso

² No se emplea la expresión “resolución geométrica”, porque entendemos que la resolución geométrica abarca tanto la construcción o solución gráfica como la expresión escrita correspondiente a dicha resolución. Denominamos texto o discurso escrito a dicha producción escrita.

de sus términos notaciones y modos de decir de un lenguaje tan específico como el matemático, que deben ser aprendidos en la clase de matemáticas.

d) **CREATIVIDAD Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMUNICATIVOS**, para analizar el dominio de estrategias de comunicación, capacidad y creatividad para resolver problemas comunicativos, así como la originalidad de las ideas. La creatividad y la riqueza de estrategias deben ser elementos fundamentales de las clases de matemáticas, entendidos desde el “*hacer matemáticas*” y desde la “*resolución de problemas*”. Se trataría de determinar cuando un alumno es capaz de resolver situaciones a pesar del desconocimiento de un término específico o el olvido de una definición, proponiendo caminos alternativos y superando ese escollo comunicativo.

Establecemos los siguientes indicadores

Componente:	Indicadores:
COHERENCIA	
<i>Intratextual</i>	repeticiones, contradicciones, insuficiencia de ejemplos, insuficiencia de argumentos, desorden, ambigüedad, información insuficiente o excesiva, falta de claridad- inadecuación respecto al objetivo comunicativo
<i>Extratextual</i>	coincidencia entre el procedimiento descrito a través del texto y el llevado a cabo en la construcción
RESPECTO Y ADECUACIÓN	
<i>Respeto</i>	Imposiciones de voluntad, ofrecimiento de opciones, reforzamiento de lazos.
<i>Adecuación</i>	Un registro adecuado a la edad del destinatario, un registro adecuado a la relación que se mantiene con el destinatario: relación profesor- alumno, relación alumno- alumno, un registro adecuado a las circunstancias de lugar y tiempo: ámbito educativo, la clase.
ORTOGRAFÍA Y VOCABULARIO	
<i>Ortografía</i>	Uso correcto de las palabras y signos auxiliares, propias del castellano en general y del lenguaje geométrico en particular, uso correcto de notaciones.
<i>Vocabulario</i>	Empleo de palabras que no son usuales en el lenguaje habitual del sujeto, precisión en la utilización adecuada de las palabras, oportunidad de su empleo en el desarrollo de la idea o de su situación en la frase.
CREATIVIDAD Y SOLUCIÓN	
	Utilización de sinónimos cuando no se recuerda una palabra específica, Construcción de definiciones convenientes.

Ilustramos a continuación algunas componentes con producciones de los alumnos. Analizamos también la resolución de una actividad propuesta por una alumna (Sara) con los instrumentos diseñados

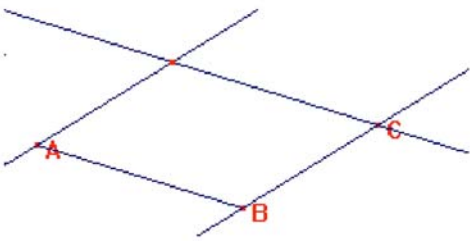
Ilustración de RESPETO Y ADECUACIÓN

Texto del mail:	Análisis:
“Hola profesor espero que haya pasado buena Semana Santa y espero tambien que este bien la respuesta, es lo unico que pensaba que podia ser... UN SALUDO Adrián Álvarez”	Responde a las normas de cortesía y adecuación
“Bueno profe , hace un poco de tiempo que no le contesto por las vacaciones y por que la última semana no vine al colegio, pero aqui estan las respuestas y se lo mando junto con la actividad por si acaso (las respuestas estan en color morado).”	Responde a las normas de cortesía y adecuación
“ola profe a ke mola mi letra he ya ves ,una cosa tus trabajos ke nOs mandas son muy aburrios (demasiado). Bueno un saludo para los tuYos y tus alumnos de parete de el: JALDO JEJEJEJE BUENO ADIOS”	El texto, no responde a las normas de cortesía ni de adecuación
“ola q’ tal te va? a mi mu bien. un saludo adios victor”	El mensaje es cortés pero inadecuado para el destinatario.

Ilustración de CREATIVIDAD Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMUNICATIVOS

Enunciado	Sean ABC un triángulo rectángulo y P un punto móvil en la hipotenusa BC . Si I es un punto que está en AB y J es otro punto que está en AC , de tal manera que PI es perpendicular a AB y PJ es perpendicular a AC , ¿existe una posición del punto P en la que la longitud del segmento IJ tenga un valor mínimo?
Solución gráfica:	
Texto:	“El punto en el que tiene que estar P para que la longitud de IJ sea mínima es en el que se corta la perpendicular de BC pasando por A con el segmento BC ...”
Análisis:	Sandra no recuerda o no identifica que “la perpendicular de BC pasando por A ” es la altura del lado BC ; pero evidencia creatividad al superar ese problema comunicativo construyendo una definición conveniente que sustituye el término altura.

Análisis de la resolución propuesta por Sara

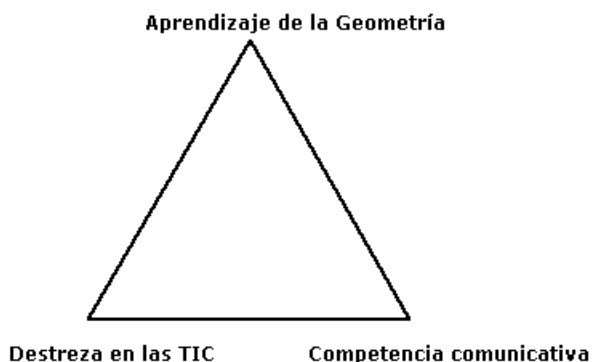
Enunciado:	Construye en la pantalla tres puntos A , B y C y encuentra un punto D , de forma que al polígono ABCD sea un paralelogramo Escribe el procedimiento que has utilizado
Solución gráfica:	
Texto:	<i>"Hice puntos ABC no alineados, y los junte con segmentos, menos un lado y luego hice la paralela al punto A, luego la recta al punto C, recta paralela al segmento, punto de intersección a la recta, y despues cada punto los uni con segmentos, e hice los comentarios."</i>
Coherencia intratextual	El comentario presenta varias incoherencias: "menos un lado" (no queda claro a qué se refiere esa expresión), "luego hice la paralela al punto A" (información contradictoria), "la recta al punto C" (información insuficiente y poco clara), el resto de la frase es una sucesión incompleta e inconexa de acciones sin coherencia alguna. Además, en todos los pasos de la construcción faltan condiciones, lo que da lugar a ambigüedades
Coherencia extratextual	La coherencia intratextual es tan marcada, que es prácticamente imposible analizar la coherencia extratextual
Cortesía y adecuación	Se analizan exclusivamente en los casos de intercambio a través de foro o correo electrónico
Ortografía	Comete cinco errores ("alineados" por alineados, "junte" por junté, "interseccion" por intersección, "despues" por después, "uni" por uní). No utiliza ningún punto, separa todo por numerosas comas quedando una frase en la que se pierden las jerarquías y la claridad.
Vocabulario	Si bien utiliza muchos términos del lenguaje específico (segmento, intersección, punto, segmento), dicho empleo es totalmente impreciso e incorrecto: "puntos ABC" por puntos A, B y C "los junte con segmentos" por "los uní con segmentos" "luego hice la paralela al punto A" por paralela por el punto A "luego la recta al punto C, recta paralela al segmento" por recta paralela al segmento AB por el punto C "punto de interseccion a la recta" por punto de intersección de las rectas anteriormente trazadas
Creatividad y solución de problemas comunicativos	No se evidencia.

CONCLUSIONES

La estructura de las actividades diseñadas se muestra adecuada al entorno de aprendizaje utilizado y la categorización de las actividades y los instrumentos diseñados resultan apropiados para analizar las producciones de los alumnos.

Los primeros análisis muestran algunos beneficios en los alumnos, que recogemos en un sistema de tres dimensiones: beneficios relativos al aprendizaje de la Geometría (AG), relativos al uso de las TIC y relativos a la capacidad de interacción y comunicación (CC).

La búsqueda de respuestas a las preguntas ¿Por qué a lo largo del Taller mejora el aprendizaje de la Geometría?, ¿Por qué mejora la comunicación?, ¿Por qué mejora el uso de las TIC?, nos muestra que están no son independientes entre sí, sino que presentan interrelaciones. Este hecho nos ha sugerido representarlas en un sistema de tres dimensiones, mediante un triángulo en cuyos vértices se encuentran cada uno de los aspectos mencionados y cuyos lados representan las interacciones entre los mismos.



A lo largo del proceso, estas dimensiones no se comportan como polos aislados sino como vértices en permanente interacción con los demás; dando lugar a un progreso conjunto y contextualizado en el que las mejoras en cada dimensión se nutren de los progresos de las otras pero a la vez realimentan dicho progreso.

El AG mejora en parte gracias al uso del entorno interactivo multimedia implementado; pero también este progreso en el AG contribuye a mejorar el desempeño de los alumnos como usuarios de las TIC- por el hecho de que el proceso de aprendizaje de la Geometría los ha involucrado como usuarios reflexivos de las mismas.

El desarrollo de la CC, ha favorecido el mejor aprendizaje de la Geometría –porque saber comunicar un saber añade valor a ese saber-, pero este desarrollo también se debe a las mejoras en el AG en general, porque la comunicación se aprende en un contexto específico y para comunicarse es necesario compartir unas temáticas, un registro, un lenguaje común, -como es en este caso- el lenguaje geométrico no se aprende aisladamente sino en interacción con el resto de estrategias y conceptos geométricos: los progresos generales en el aprendizaje de la geometría dan fluidez y seguridad a los procesos de comunicación.

Con respecto a las interacciones entre los vértices TIC- CC; el uso de las TIC permite la comunicación –ser mejores usuarios de las TIC, optimiza su uso comunicativo- pero a la vez las mejoras en las estrategias de comunicación optimizan el uso de las TIC –saber qué, a quién, cómo y porqué se quiere comunicar permite un mejor uso del medio.

A lo largo del proceso, los alumnos asumen una posición activa y con autonomía creciente frente a sus aprendizajes: actuando como usuarios de las TIC, como usuarios de la comunicación y “haciendo matemáticas” que es la manera en que entendemos el aprender matemáticas.

La resolución de las actividades propuestas (que responden a las distintas modalidades citadas), requiere conceptos y procedimientos geométricos y comunicativos de distinto tipo.

El diagnóstico inicial realizado, nos mostraba que los alumnos tenían dificultades para abordar problemas geométricos sencillos (aunque las temáticas ya habían sido desarrolladas curricularmente) y, en particular, que el uso del lenguaje verbal geométrico presentaba numerosas (y a veces graves) dificultades.

Con relación a este diagnóstico inicial y al estudio de perfiles de aprendizaje, podemos decir que el entorno diseñado, el proceso de enseñanza- aprendizaje propuesto y las interacciones (reales y virtuales) producidas en el Taller, han producido mejoras en el aprendizaje de la Geometría en general y en la capacidad de comunicación de procesos geométricos en particular, en tanto que han permitido la superación y/ o disminución de las dificultades mencionadas.

Asimismo, mencionamos que el cambio de actitud frente a la clase de Matemáticas manifestado por los alumnos fue notorio, evidenciándose a través de diversos indicadores (asistencia a clase, puntualidad, predisposición ante el trabajo propuesto, manifestaciones orales relativas al gusto y a la comodidad en la clase, actitud participativa, comparación con la actitud de los mismos alumnos en la clase tradicional, visión del profesorado, etc.).

EL objetivo básico de nuestra investigación contempla un análisis completo del perfil de aprendizaje del alumno y no sólo de la competencia comunicativa. No obstante y de acuerdo con el título de la comunicación y por las limitaciones de espacio, presentamos aquí solamente el modelo de análisis de la competencia comunicativa.

REFERENCIAS

- ALSINA, C., FORTUNY, J. M, y otros (1997) *¿Por qué Geometría? Propuestas didácticas para la ESO*. España: Síntesis
- CANALE, M. (1995) De la competencia comunicativa a la pedagogía comunicativa del lenguaje en *Competencia comunicativa*, Madrid: Edelsa
- COBO, P y FORTUNY, J.M. (2000). Social interactions and cognitive effects in contexts of area-comparison problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, Vol.: 1
- DUVAL, R. (2001) La Geometría desde un punto de vista cognitivo, PMME- UNISON
- FIGUEIRAS, L. (2000) *Written Discourse in Virtual Environments*. UAB
- FORTUNY, J. M. y JIMÉNEZ, J. (2000), *Teletutorización Interactiva en Matemáticas para asistencia hospitalaria*. Proyecto TIMAH. PIE; Barcelona.
- GODINO; J. (2001), Comparación de herramientas teóricas para el Análisis Cognitivo en Didáctica de las Matemáticas, http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm
- GRICE, P. (1991), Las intenciones y el significado del hablante, en *La búsqueda del significado*. Madrid: Tecnos
- MECD, BOE N° 158 (3-7- 2003), 25683, RD 831/2003. Enseñanzas comunes de la ESO.

- MURILLO, J. (2001), *Un entorno interactivo de aprendizaje con Cabri-actividades aplicado a la enseñanza de la geometría en la ESO*. Tesis doctoral. UAB
- NESHER, P. (2000), Posibles relaciones entre lenguaje natural y lenguaje matemático en *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional*, España: Graó
- OCDE (2003), *The PISA 2003 Assessment Framework. Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. París: OCDE
- RICO ROMERO, L. (2003) Evaluación de competencias matemáticas. Proyecto PISA/OCDE 2003 en Castro, E. y De La Torre, E. (eds.), *Investigación en Educación Matemática, 8º Simposio de la SEIEM*, U. da Coruña
- SFARD, A., NESHER, P. y otros. (1998). Learning mathematics through conversation: Is it as good as they say? *For the Learning of Mathematics*, 18(1), 41-51.