

## **Competencias en educación matemática - potencialidades y desafíos.**

¿Cuál es el punto? ¿Qué hay de nuevo? ¿Qué ganamos?

¿Cuáles son los peligros?

**Mogens Niss,**

**IMFUFA / NSM, la Universidad de Roskilde,**

**Dinamarca**

[mn@ruc.dk](mailto:mn@ruc.dk)

### **Abstracto**

El presente documento se centra en la caracterización de lo que significa para una persona ser matemáticamente competente en los términos que ir al otro lado - son independientes de contenido matemático y niveles educativos. Basado en el proyecto danés KOM, ocho competencias matemáticas, que en conjunto tienen el propósito de constituir la competencia matemática, y tres formas de visión y el juicio sobre las matemáticas como una disciplina se presentan. La normativa y los usos descriptivos de este sistema de competencias se describen y discuten como son los retos que plantea la hora de poner las competencias para su uso en diferentes contextos de la investigación y la práctica.

Palabras clave: competencias, educación matemática, la didáctica.

### **Introducción**

En las comunidades de enseñanza de las matemáticas y las matemáticas que siempre hemos invocado la noción de lo que significa para una persona en algún nivel educativo para poder ser matemáticamente. Las nociones de habilidad matemática han sido más a menudo tácito que explícito, pero los hemos invocado, sin embargo, cuando se han evaluado, probado y examinado los estudiantes en las escuelas y universidades, y cuando nos hemos decidido a quién contratar o promover como profesores de matemáticas los profesores, o investigadores de instituciones públicas o privadas para realizar trabajos intensivos de matemáticas en las agencias o empresas. Cuando las nociones de habilidad matemática son tácitas que no son objeto de análisis crítico y la discusión entre las partes interesadas. Por lo tanto, los conceptos tienden a darse por sentado, incluso cuando

implícito y lo más probable es que no varían debido a su carácter implícito.

A pesar de esto, de vez en cuando se han hecho intentos para caracterizar los aspectos de la habilidad matemática, en particular en los objetivos o los resultados de las secciones de los programas o en los marcos de los estudios comparativos internacionales, como PISA (OCDE, 2003).

Parece que la tarea de caracterizar la habilidad matemática es difícil. En una perspectiva histórica, se ha sido tratado en una variedad de formas en su mayoría implícitas. En algunos contextos, la habilidad matemática se ha identificado con la capacidad de los hechos correctamente estatales con respecto a dominios específicos de matemáticas y llevar a cabo ciertos procedimientos basados en normas en situaciones de rutina. En otros contextos, se ha identificado con la capacidad de resolver clases particulares de más o menos amplio, los problemas puramente matemáticos. Sin embargo, en otros contextos, se ha equiparado con la capacidad de poner las matemáticas para su uso en ciertos tipos de extra-matemáticos dominios o situaciones. A veces, la habilidad matemática ha sido percibida como la capacidad de reproducirse y / o explicar las pruebas específicas de los enunciados matemáticos, incluyendo los teoremas, dentro de un marco teórico, por ejemplo, La geometría euclidiana. A veces se ha visto como la capacidad para resolver nuevos o abierta (no debe confundirse con la abierta) o incluso problemas para demostrar teoremas nuevos con el fin de recuperar las tierras nuevas para las matemáticas. Estas facetas de la capacidad matemática llevar a diferentes pesos en los diferentes niveles y sistemas educativos, especialmente en lo que respecta a las escuelas e instituciones terciarias.

Las habilidades matemáticas acabo de describir son muy diferentes en naturaleza y alcance. Hay un mundo de diferencia en el resultado en función de que se haya elegido (combinación) descripción (s) como base para la definición y - evaluar - la habilidad matemática. Esto sugiere que los posibles desacuerdos o conflictos abiertos entre los barrios pidiendo diferentes enfoques de la habilidad matemática.

Las observaciones anteriores son suficientes para sugerir que no es una tarea importante y un reto importante en hacer frente con la definición y caracterización de la habilidad matemática, el dominio, el dominio, la competencia, o en condiciones de lo que nos

gustaría utilizar. En otras palabras, la gran pregunta que nos va a preocupar en este trabajo es ¿Qué significa para una persona ser matemáticamente competente?, Como la competencia es el término que prefiere utilizar. Una vez que se han ocupado de esta cuestión que a su vez a las preguntas mencionadas en el título, ¿Qué sentido tiene?, ¿Qué hay de nuevo?, ¿Qué ganamos?, Y ¿Cuáles son los peligros?

### **¿Qué significa para una persona ser matemáticamente competente?**

Al tratar de responder a esta pregunta hay dos trampas extremo opuesto que queremos evitar. La primera trampa es responder diciendo "que significa matemáticamente competente para conocer y ser capaz de hacer las matemáticas". Esta respuesta es, por supuesto, toda la razón, sino también casi nula, ya que es una reformulación circular de la cuestión en una declaración positiva. (Podríamos decir, sin embargo, que un poco más se añade al señalar que "a sabiendas" y "poder" como dos componentes de ser competente, pero que "s al lado de trivial.). La trampa en el otro extremo es la respuesta mediante la producción de una lista interminable de hechos, conceptos, es decir, términos, acuerdos, reglas, resultados, etc. teorías, que una persona competente matemáticamente tiene que saber, por ejemplo, poder del estado o citar, y una lista interminable de habilidades de manera similar que una persona matemáticamente competente ha de poseer, es decir, métodos, procedimientos, técnicas, etc. que él o ella es capaz de llevar a cabo, por ejemplo, afrontar con éxito determinados tipos de tareas, incluyendo la solución de determinados tipos de problemas. Ni que decir tiene, los elementos de estas listas son de hecho los ingredientes importantes y relevantes, los átomos, en la competencia matemática, pero dado que las listas son interminables que no ofrecen información completa sobre las características esenciales que son comunes a los elementos. A menudo es, como sabemos, todos los árboles que hacen que sea difícil ver el bosque.

Además, la experiencia muestra que cuando la gente participar en el establecimiento de tales listas y discutir pronto ejecutar en desacuerdo sustancial de lo que debería estar en las listas y que no debe. Si la competencia matemática se define por listas en las que la gente matemáticamente competente no está de acuerdo, las listas no se puede decir para captar la esencia de la competencia matemática. Una analogía: Si tuviéramos que caracterizar la competencia lingüística en relación con algún idioma, por ejemplo inglés o

Portugués, nadie podría resolver la tarea con indicación de todas las palabras y todas las reglas gramaticales que tendría que saber. Una vez más, no porque las palabras y las reglas son importantes, por supuesto que no, sino porque la lista de estos pierde el punto.

Si nos fijamos en las matemáticas que está en la agenda en los diferentes niveles en diferentes instituciones y en los diferentes sistemas educativos, que se convierte inmediatamente en claro que las diferencias entre lo que vemos son impresionantes, en términos de contenido matemático y extra-matemáticos, los métodos, la justificación de los estados, la naturaleza de las tareas y actividades que los estudiantes están involucrados en el tipo de cosas que los estudiantes se espera que sean capaces de hacer, histórico-filosófica sobre las perspectivas de las matemáticas como una disciplina y así sucesivamente y así sucesivamente. Las diferencias son tan grandes que uno puede preguntarse por qué nos atrevemos a usar el mismo nombre, las matemáticas, por todo esto, en todos los niveles, programas, instituciones, sistemas y países. Esto da lugar a un gran reto al tratar de responder a nuestra pregunta general: Queremos dar la misma calificación de la competencia matemática de cualquier nivel educativo, desde preescolar hasta los estudios de doctorado en la universidad, y de los contenidos matemáticos, evitando al mismo tiempo las dos trampas extremos descritos anteriormente, "excesiva, por lo tanto, vacía, la generalidad" y "detalle sin fin y la atomización".

Una vez más, la analogía del lenguaje es muy útil: ser lingüísticamente con una determinada lengua significa ser capaz de comprender e interpretar lo que otros dicen y escriben en esa lengua, en una variedad de diferentes contextos, géneros y registros, así como ser capaz de para expresarse oralmente y por escrito con el fin de hacerse entender por los demás, de nuevo, en una variedad de contextos, géneros y registros. En otras palabras, la competencia lingüística está constituida por cuatro competencias lingüística, independientemente de la edad, el nivel, la institución y de contenido específico. Ni que decir tiene que lo que seis años de edad oír, leer, decir y escribir, a través de su lengua, es probable que sea muy lejos de lo que un profesor universitario de literatura oye, lee, dice y escribe acerca, pero los componentes fundamentales son, sin embargo, el mismo. Nuestro proyecto es identificar los componentes comparables - competencias - en la competencia matemática. Lo que estamos buscando son moléculas lo suficientemente grandes

(polímeros), por supuesto, construido de numerosos hechos atómicos y de los procesos, que constituyen la competencia matemática.

Como resultado del trabajo realizado por mí y por una serie de colegas cercanos a finales de 1990 "s, y la década de 2000, el danés llamado KOM proyecto dirigido por mí (KOM es un acrónimo de la contraparte danesa de competencias y el aprendizaje de matemáticas), cuyo informe fue publicado en 2002 (Niss & Jensen, 2002), presentó ocho competencias matemáticas, que en conjunto son los componentes que se supone que constituyen la competencia matemática. Además hemos presentado tres tipos de visión y el juicio sobre las matemáticas como una disciplina.

Las ocho competencias se derivan de un análisis empírico-teórico de lo que una persona competente matemáticamente realmente hace / es capaz de hacer cuando se trata de las matemáticas en un sentido amplio. El método empleado para realizar el análisis inicial se aproxima bastante a la adoptada por Hadamard cuando trató de capturar la psicología de la invención matemática (Hadamard, 1945): Se llevó a cabo la reflexión y la introspección de su propia investigación y formuló una serie de matemáticos de un conjunto de preguntas acerca de ellos. En el contexto actual en el análisis también se aprovechó de los numerosos estudios de investigación en educación matemática en los estudiantes "la resolución de problemas y modelos de comportamiento. Pero ahora, a una definición. Por una competencia matemática se entiende una persona visión basada en la capacidad para hacer frente con determinación y éxito a las situaciones que (re) presentan un tipo particular de las matemáticas cargados de desafío.

Ahora, la capacidad global es ser capaz de plantear y responder a las preguntas dentro y por medio de las matemáticas. Para que esto sea posible hay que dominar el lenguaje y las herramientas de las matemáticas. En este contexto, las competencias matemáticas se organizan en grupos superpuestos, de la siguiente manera:

### **Plantear y responder preguntas dentro y por medio de las matemáticas:**

Competencia de pensamiento matemático: como formular preguntas que son característicos de las matemáticas, y conocer los tipos de respuestas que las matemáticas

pueden ofrecer; en relación con la abstracción y la generalización; distinguir entre diferentes tipos de enunciados matemáticos como las definiciones, supuestos, teoremas, conjeturas, los casos, la comprensión y el manejo del ámbito y las limitaciones de un concepto dado.

### **Problema de la competencia de manejo**

incluyendo la identificación, lo que representa, y la especificación de los diferentes tipos de problemas matemáticos - pura o aplicada, abierto o cerrado, la solución de los diferentes tipos de problemas matemáticos; comprobar las soluciones propuestas a los problemas.

### **La competencia de modelos matemáticos**

incluidas las fundaciones y el análisis de las propiedades de los modelos existentes, los modelos de decodificación de tales, es decir, traducir e interpretar los elementos del modelo en términos de la "realidad" el modelo y evaluar el alcance y la validez de los modelos, realizar modelos activos en un contexto determinado, es decir, la estructuración del dominio que se modelado, Matematización del dominio, en colaboración con (en) el modelo, incluyendo la solución de los problemas que ocasiona, la interpretación y la validación del modelo.

### **Competencia de razonamiento matemático**

Incluido el seguimiento y el análisis de la justificación de otros de los reclamos, la elaboración de argumentos matemáticos formales e informales para justificar una afirmación matemática, sabiendo lo que es una demostración matemática es (no), y qué se diferencia de otros tipos de razonamiento matemático, por ejemplo, heurística. El dominio de los idiomas y las herramientas de las matemáticas:

### **Representación de la competencia**

incluyendo la comprensión y utilización (decodificación, interpretación, distinguiendo entre) diferentes tipos de representaciones de objetos matemáticos, fenómenos y situaciones, la

elección, y la utilización de la traducción entre diferentes representaciones de la misma entidad, incluyendo saber acerca de sus fortalezas y limitaciones

**Los símbolos y las competencias formalismos**

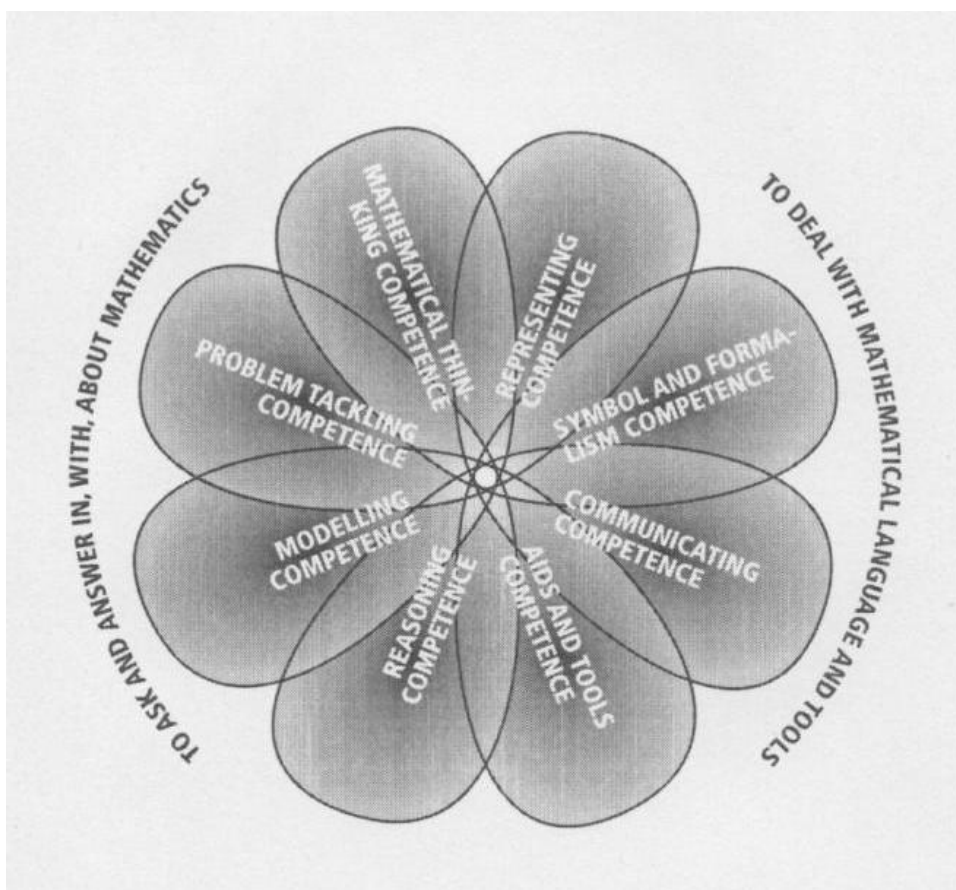
incluyendo la decodificación y la interpretación simbólica y el lenguaje matemático formal, y la comprensión de sus relaciones con el lenguaje natural, la comprensión de la naturaleza y las reglas de los sistemas formales de matemáticas (tanto en la sintaxis y la semántica), el manejo y la manipulación de las declaraciones y expresiones que contengan símbolos y fórmulas.

**Comunicar en, con y acerca de las matemáticas**

incluyendo la comprensión de otros escritos, los "textos" visual u oral, en una variedad de registros lingüísticos, sobre asuntos con contenido matemático, expresarse, en los diferentes niveles de precisión teórica y técnica, en forma oral, visual o escrita, sobre estos temas .

**Ayudas y la competencia matemática herramientas**

como conocer la existencia y las propiedades de diversos materiales y herramientas auxiliares (TIC incluido) para la actividad matemática, así como sus alcances y limitaciones, ser capaces de usar reflexivamente estas ayudas y herramientas. Estas competencias no forman una partición de la competencia matemática en subconjuntos disjuntos. Las competencias son distintas, cada una, que un núcleo bien definido - un "centro de gravedad" - sino que se superponen. Las interrelaciones entre las competencias son representados por la flor de la competencia llamada (por favor, tenga en cuenta que las condiciones son un poco anticuado en esta imagen):  
Figura 1.



## La flor de la competencia.

Algunas observaciones están en orden aquí. Poseer una competencia matemática no es, por supuesto, un tema 0-1, ya sea que poseen esta competencia o que don "t Posesión de competencias es un continuo sin límites por encima de - el conjunto de números reales positivos puede servir como metáfora - al igual que las competencias lingüísticas "ser capaz de escribir". Además, como cualquier competencia se expresa en el tratamiento de las matemáticas cargado de situaciones, por lo tanto, con varios tipos de sujetos matemática la materia y el contenido, la posesión y el ejercicio de una competencia dada presupone el conocimiento y las habilidades ("átomos") con respecto al contenido en cuestión, tal y como la capacidad de escribir un ensayo académico en Inglés requiere el conocimiento de las palabras y la gramática. Finalmente, aunque la mayoría de las palabras (pensamiento, resolución de problemas, el modelado, el razonamiento, la justificación, la representación, los símbolos, la comunicación, herramientas) que aparecen



en los títulos de las competencias son de carácter general y tiene perfecto sentido en la mayoría de otros temas, Es fundamental insistir en que los términos en este contexto debe interpretarse como orientada específicamente hacia las matemáticas. No vamos a hacer cualquier reclamo de carácter general más allá de las matemáticas. Sea o no las competencias con las formulaciones análogas pueden ser activadas en relación con otras disciplinas, por ejemplo la historia o la física, es una cuestión de disciplina análisis específicos para decidir.

Mientras que las competencias matemáticas entran en juego cuando la gente frente a diferentes tipos de matemáticas cargado de situaciones, estas competencias no son suficientes para las personas a enfrentarse con las matemáticas como un todo, como una disciplina de múltiples facetas (una ciencia pura, una aplicación la ciencia, un sistema de herramientas para la práctica de la cultura y la sociedad, un campo de la estética, y el mundo "s más grande de asignatura). Por lo tanto, además de poseer las competencias matemáticas, una persona educada matemáticamente también posee visión y el juicio sobre las matemáticas como una disciplina.

Se han identificado tres tipos de visión de conjunto y como el juicio, en relación con

- La aplicación efectiva de las matemáticas en la sociedad (que usa las matemáticas en lo extra-matemáticos contextos, con qué fines, y bajo qué condiciones)
- El desarrollo histórico de las matemáticas en la cultura y la sociedad (lo que son las fuerzas internas y externas que han impulsado el desarrollo de las matemáticas en diferentes culturas y sociedades en diferentes momentos, en qué circunstancias el desarrollo llevará a cabo, y quiénes fueron los protagonistas en ella)
- La naturaleza de las matemáticas como una disciplina (¿cuáles son las características de las matemáticas, cuáles son sus puntos comunes esenciales y las diferencias con respecto a otras disciplinas, y cuáles son las características que son responsables de estas semejanzas y diferencias)

Aunque las competencias en relación plantear y responder preguntas dentro y por medio de las matemáticas y el dominio de la lengua y las herramientas de las matemáticas en

situaciones difíciles, resumen y juicio sobre las matemáticas como una disciplina más bien lo que se refiere plantear y responder preguntas acerca de las matemáticas como un todo.

Cuando las competencias matemáticas están destinadas a ser los mismos en cualquier nivel educativo, es claro que las competencias no pueden ser empleados para determinar el contenido matemático - temas - para estar en el orden del día en un determinado contexto educativo. Este hecho da lugar a una pregunta pertinente: ¿Cuál es la relación entre las competencias matemáticas y el contenido matemático? La respuesta es que constituyen dos "ortogonal" dimensiones como se muestra en la tabla siguiente. Las columnas son las ocho competencias presentado anteriormente y las filas son los temas de matemáticas incluidas en el plan de estudios en un determinado nivel, por ejemplo, números de dominios y números, álgebra, geometría, funciones, probabilidad y estadística, etc., para mencionar sólo algunos temas típicos.

Table 1.

*Topics and competencies.*

Competencies	Competency 1	Competency 2	...	Competency 8
Topic 1				
Topic 2				
...				
Topic n				

Así, en un contexto educativo específico, las células de la i "ésima fila representan las formas en que las ocho competencias están involucrados en el tratamiento de tema i en ese contexto, mientras que las células de la j" ésima columna representan la forma en que cada tema se basa en, así como alimentos en competencia j. Una consecuencia de este enfoque es que los diferentes contextos educativos están representados por diferentes realizaciones de esta matriz genérica, en que los temas, así como las células de la mayoría serán diferentes de un contexto a otro.

**¿Cuál es el punto? ¿Qué hay de nuevo? ¿Qué ganamos?**

En la sección anterior sobre todo puede ser visto como un ejercicio intelectual centrado en la tarea de caracterizar la competencia matemática independientemente del nivel educativo y los dominios de contenido matemático. Aparte de los resultados posibles intelectual ¿qué sentido tiene hacer el ejercicio para la educación matemática? Uno de los puntos importantes que impulsan el trabajo en las competencias era encontrar una manera de definir y describir la progresión y el desarrollo de la enseñanza de las matemáticas y el aprendizaje a lo largo del sistema educativo. La caracterización debe ser intrínseca en el sentido de que no debe ser dependiente de la agregación y la acumulación de la materia ni en los niveles educativos. En otras palabras, la educación matemática debe ser vista como un continuo a lo largo de la evolución del sistema educativo. El concepto de competencias ofrece una solución a este problema. La progresión en los estudiantes "aprender de las matemáticas se puede definir como la progresión en su posesión de las competencias matemáticas. Más en concreto, tres dimensiones son atribuidos a una persona en posesión de una competencia dada: el individuo" grado de cobertura del conjunto de aspectos involucrados en la especificación de la competencia, el radio de acción, es decir, la gama de situaciones y contextos en el cual el individuo puede activar la competencia y, finalmente, el nivel técnico (en un sentido matemático) en la que el individuo puede ejercer la competencia. La progresión en el estudiante "posesión s de la competencia puede ser percibida como una extensión de uno o más de estas tres dimensiones, y la progresión en el alumno" competencia matemática es, pues, progresión en uno o más de las ocho competencias. En línea con esto no hay progresión en la enseñanza de las matemáticas en la medida en que fomenta la progresión de los alumnos en una cantidad suficiente "la competencia matemática. Del mismo modo, también se puede hablar de progreso de un estudiante descripción y el juicio sobre las matemáticas como una disciplina en términos de una visión más profunda en la aplicación efectiva de las matemáticas, el desarrollo histórico de las matemáticas, o la naturaleza específica de las matemáticas como una disciplina.

Otro punto está estrechamente ligado a la noción de la progresión y el desarrollo a saber la transición entre los segmentos institucional del sistema educativo. Es bien conocido en la mayoría de los países que la transición de, por ejemplo, primaria a la secundaria o

inferior a la educación superior de las matemáticas secundaria, o de la escuela a la universidad, se asocia con problemas y, a veces aunque las brechas o barreras. En cuanto a estas transiciones a través de las lentes de la competencia nos proporciona los medios para comprender la naturaleza de los problemas y carencias que los estudiantes encuentran y por lo tanto, con el tiempo, con los medios para solucionar estos problemas en la transición. El sistema de competencias matemáticas puede ser explotado de dos maneras muy diferentes. Como un instrumento normativo: para especificar las competencias en las que se debería hacer hincapié en un determinado contexto educativo y para el diseño de planes de estudio de matemáticas y actividades correspondientes de enseñanza-aprendizaje para implementar la especificación, y para la construcción de modos de evaluación, instrumentos y tareas. Y como una herramienta descriptiva-analítica para la investigación y el análisis de los currículos, los libros de texto, enseñanza, actividades de los estudiantes y las tareas, interacción en el aula, fondos de profesores de matemáticas y así sucesivamente y así sucesivamente. Dicho de otra manera, el conjunto de lentes de la competencia es una poderosa herramienta para la investigación. A modo de ejemplo, una versión modificada y se comprime ligeramente de las competencias ha sido fundamental en el éxito la captura de la demanda y la dificultad intrínseca de matemáticas (que no debe confundirse con la dificultad estadística) de un gran número de PISA de matemáticas.

Es muy difícil comunicarse con las partes interesadas fuera de las matemáticas y las comunidades acerca de la educación matemática qué es la matemática, lo que significa dominar la matemática, y lo que es la educación matemática en términos no técnicos. Haciendo uso de las competencias ha demostrado ser útil en este sentido, sobre todo porque da lugar a interesantes intercambios sobre la naturaleza y la interpretación de las distintas competencias, y su posible relevancia en relación con otros temas. Tenemos experiencia con este en Dinamarca, donde también hemos tomado las cosas un paso más allá de sus colegas en otras disciplinas inspiración - en particular en las ciencias y la lingüística - para establecer análogos basados en la competencia descripciones de dominio en sus disciplinas. Esto nos ha permitido comparar el contraste y disciplinas de una manera mucho más profunda que con sólo indicar las diferencias en materia de contenido y tema.

¿Qué es nuevo, entonces, en el establecimiento y uso de las competencias para caracterizar la enseñanza de matemáticas y el aprendizaje? Pues bien, tradicionalmente, en muchos países, un plan de estudios de la matemática se especifica por medio de (como máximo) cuatro componentes:

(a) Declaraciones de los propósitos y objetivos que se persiguen en la enseñanza y el aprendizaje,

(b) especificación de los contenidos matemáticos, dada en forma de un plan de estudios, es decir, las listas de los temas de matemáticas, conceptos, teorías, métodos y resultados que deben contemplarse;

(c) las actividades que los estudiantes deben participar en, y

(d) las formas y los instrumentos de evaluación y pruebas juzgar hasta qué punto los estudiantes han alcanzado los objetivos establecidos para el programa según lo establecido en (b).

Utilizando las competencias que nos permite evitar la reducción del dominio de las matemáticas a poco el dominio de algún programa, y no esenciales para evitar comparaciones trivial entre diferentes planes de estudio de matemáticas, en la que sólo podemos identificar las diferencias entre los planes de estudio  $X$  e  $Y$  haciendo una lista de los componentes del programa en  $X \cap Y$ ,  $X \setminus Y$ , e  $Y \setminus X$ , respectivamente. Las diferencias entre los dos tipos de enseñanza de las matemáticas y el aprendizaje son por lo general, tanto más fundamentales y más sutiles que las diferencias reflejadas en los planes de estudio.

En resumen, las competencias que nos proporciona una plataforma adecuada para abordar las cuestiones clave del nivel de ambición en la educación matemática. ¿Cuáles son los retos y las dificultades? Vendrá como ninguna sorpresa que el marco de competencias nos presentan muchos desafíos. El desafío más importante es ampliar la base empírica de las competencias. A pesar de que las competencias se han apoyado empíricamente por un creciente cuerpo de investigación, especialmente con respecto a los subconjuntos de las competencias, aún hay temas que tratar. ¿Sería, por ejemplo, será posible definir otro conjunto de competencias que son tan buenos o mejores que las ocho competencias que aquí se presenta cuando se trata de teórica ni empíricamente la captura de la competencia matemática? Sería, por ejemplo, un conjunto más pequeño a hacer. Otra cuestión es la

relación interna entre las competencias. Se podría decir, tal vez, que los aspectos de los símbolos y la competencia y el formalismo de las ayudas y la competencia herramientas son formas especiales de la competencia de la representación. Si es así, entonces es razonable que los han colocado a la par con la competencia de la representación. Al hacer uso de las competencias en la investigación empírica no nos encontramos con problemas cuando las competencias se solapan y no disjuntos? ¿Cómo podemos entonces separar el papel y la repercusión de las distintas competencias? Un conjunto de competencias mutuamente disjuntos proporcionar una herramienta teórica y empíricamente más satisfactorias que las que nos ocupa. Por el momento no tenemos respuestas definitivas a todas estas preguntas. Cada uno de ellos es un caso para la investigación que se llevó a cabo para producir respuestas. Mucho me daría la bienvenida a cualquier empresa para ese fin.

#### Referencias

- Hadamard, J. (1945) Un ensayo sobre la psicología de la invención en el campo de las matemáticas. Princeton: Princeton University Press
- Niss, M. y Jensen, T.H. (Eds.) (2002) Kompetencer og matematiklæring. Ideer og inspiration hasta que udvikling af matematikundervisning i Danmark. Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie. Nr. 18. Copenhagen: El Ministerio de Educación. (Traducción al Inglés del título:.. Las competencias y el aprendizaje de las matemáticas ideas e inspiración para el desarrollo de la educación matemática en Dinamarca)
- OCDE (2003) El Marco de Evaluación PISA 2003. Matemáticas, Lectura, Ciencias y Resolución de Problemas del Conocimiento y Habilidades. París: OCDE.