



Dificultades de futuros profesores de educación primaria en el cálculo de probabilidades en tablas de contingencia

Carmen Batanero

Universidad de Granada

España

cbatanero@ugr.es

Jose Miguel Contreras

Universidad de Granada

España

jmcontreras@ugr.es

Carmen Díaz

Universidad de Huelva

carmen.diaz@dpsi.uhu.es

España

Pedro Arteaga

Universidad de Granada

España

parteaga@ugr.es

Resumen

En este trabajo se analizan las respuestas de una muestra de 183 futuros profesores de Educación Primaria a preguntas elementales sobre cálculo de probabilidad simple, conjunta y condicional en una tabla de contingencia, comparando los resultados con los de Estrada y Díaz (2006). Mientras que la falacia de la condicional transpuesta y la confusión entre diferentes tipos de probabilidad, descritos en trabajos previos es escasa en las dos muestras, aumenta el porcentaje de participantes en nuestro estudio que es incapaz de abordar el problema, y aparecen nuevos errores no descritos por Estrada y Díaz.

Palabras clave: evaluación, formación de profesores, probabilidad

Abstract

In this paper we analyze the responses from a sample of 183 prospective primary school teachers to elementary questions of simple, compound and conditional probability in a two-way table and compare our results with those from Estrada and Díaz (2006). While the fallacy of the transpose conditional and confusion between different types of probabilities described in previous work are scarce in both samples, the percent of participants that give no responses in our simple, increases, and new

errors appear that were not considered by Estrada and Díaz.

Keywords: assessment, teacher education, common and specialized knowledge of probability

Las razones para la inclusión de la probabilidad en las escuelas se han puesto de manifiesto repetidamente en los últimos años (por ejemplo, Gal, 2005; Jones, 2005): utilidad de la probabilidad para la vida cotidiana, su papel instrumental en otras disciplinas, la necesidad de un conocimiento estocástico básico en muchas profesiones, y el importante papel del razonamiento probabilístico en la toma de decisiones. En consecuencia, la probabilidad ha sido recientemente incluida en el currículo de primaria en muchos países, donde los cambios no sólo se refieren a la edad de aprendizaje o de la cantidad de material, sino también al enfoque de la enseñanza (Franklin et al., 2005). En España se ha ampliado el contenido de probabilidad en la Enseñanza Primaria, (MEC, 2006), dentro del bloque 4, Tratamiento de la información, azar y probabilidad. En estas directrices curriculares se sugiere analizar las experiencias aleatorias y utilizar expresiones relacionadas con la probabilidad, estimando o calculando probabilidades sencillas. Aunque el cálculo de probabilidades compuestas y condicionales no se propone, sí hay referencia a interpretación de las tablas de contingencia. Por otro lado, tanto la interpretación de información en medios de comunicación, como la toma de decisiones requieren unas competencias mínimas en la lectura y cálculo de probabilidades simples, condicionales y compuestas a partir de dichas tablas.

El éxito de estos programas dependerá de la correcta preparación de los profesores encargados de enseñar este tema. Desafortunadamente, varios autores (por ejemplo, Franklin y Mewborn, 2006; Chick & Pierce, 2008) coinciden en que pocos programas actuales forman a los profesores adecuadamente para enseñar estadística y probabilidad. Las razones anteriores nos sugieren la necesidad de evaluar los conocimientos de los profesores en este tema y utilizar la información obtenida para reforzar la preparación específica y didáctica sobre estadística de los profesores. Aunque la investigación sobre formación del profesor para enseñar matemáticas ha crecido en los últimos años, el caso de la estadística apenas se ha tenido en cuenta. El Joint ICMI/IASE Study Teaching Statistics in School Mathematics (Batanero, Burrill, Reading, & Rossman, 2008; Batanero, Burrill & Reading, en prensa) trata de contribuir a esta necesidad.

En este trabajo se analizan las dificultades en el cálculo de probabilidades de una tabla de contingencia en una muestra de futuros profesores de educación primaria de la Universidad de Granada. Sus respuestas a preguntas elementales sobre probabilidad simple, conjunta y condicional se comparan con las obtenidas por Estrada y Díaz (2006) a una tarea similar en futuros profesores que cursaban una asignatura optativa de estadística, mientras que los participantes en nuestro estudio no la habían cursado. La hipótesis general del trabajo es que las dificultades descritas por las autoras serán similares o mayores en nuestra muestra, debido a la menor formación. En lo que sigue analizamos en primer lugar los antecedentes, presentando seguidamente la investigación y sus resultados.

Investigaciones previas

Tablas de doble entrada y probabilidad condicional

Una tabla de doble entrada o de contingencia sirve para presentar de forma resumida la distribución de frecuencias en una población o muestra cuando se clasifica de acuerdo a dos

variables estadísticas (se incluye un ejemplo de la tarea presentada en la Figura 1). La investigación sobre las tablas de contingencia fue iniciada por Inhelder y Piaget (1955), y se ha centrado en las estrategias y concepciones de los estudiantes cuando evalúan la asociación entre los datos de las variables dadas en filas y columnas (ver, por ejemplo, Batanero, Estepa, Godino, & Green 1996).

Más recientemente, la investigación se ha centrado en el rendimiento de los estudiantes en el cálculo de probabilidades cuando los datos son presentados en tablas de doble entrada (ver Huerta, 2009, para un análisis de la estructura de estos problemas). También es pertinente para este estudio las investigaciones relacionadas con la probabilidad condicional, como la de Falk (1986), quien indica que muchos estudiantes no discriminan entre las dos probabilidades condicionales diferentes, es decir, $P(A/B)$ y $P(B/A)$. Falk denomina esta confusión como *falacia de la condicional transpuesta*. Einhorn y Hogarth (1986) observaron que algunos estudiantes confunden probabilidad conjunta y condicional, ya que interpretan erróneamente la conjunción "y".

Conocimiento probabilístico de los profesores

Las investigaciones relacionadas con la comprensión de la probabilidad por parte de los profesores o futuros profesores de educación primaria indican que esta comprensión es baja. Azcárate (1995) encontró que muy pocos profesores de educación primaria en su estudio mostraban una idea clara sobre las características de los fenómenos aleatorios. Se detectó también falta de esquemas combinatorios y ausencia de instrumentos elementales para la asignación de probabilidades, así como dificultad para diferenciar juegos equitativos y no equitativos. En la investigación de Begg y Edward (1999) sólo dos tercios de los profesores en su muestra comprenden la idea de suceso equiprobable y muy pocos comprendieron el concepto de independencia. Batanero, Godino y Cañizares (2005) encontraron tres concepciones incorrectas en una muestra de 132 profesores en formación: la heurística de la representatividad (Tversky y Kahneman, 1982), sesgo de equiprobabilidad (Lecoutre, 1992) y el enfoque de resultados (Konold, 1991). Fernandes y Barros (2005) en su estudio con 37 profesores en formación de Portugal sugieren las dificultades de los docentes para formular sucesos y para comprender los sucesos compuestos. Además, estos profesores utilizan con frecuencia el razonamiento aditivo para comparar probabilidades.

Estrada y Díaz (2006) pidieron a 65 futuros profesores de enseñanza primaria, que habían seguido un curso de 60 horas de educación estadística en la Universidad de Lleida, en España, calcular probabilidades simples, compuestas y condicionales a partir de los datos presentados en una tabla de doble entrada, analizando las soluciones aportadas por estos estudiantes. Las autoras encontraron una gran proporción de participantes que no pudieron ofrecer ninguna solución a los problemas. Hubo una variedad de errores, incluyendo confusión entre la probabilidad compuesta y probabilidad condicional, la confusión entre un suceso y su complementario, entre las probabilidades con los casos posibles y la falta de apreciación de la dependencia en los datos. El objetivo del presente trabajo es ampliar la investigación por Estrada y Díaz (2006) con una muestra más grande de futuros profesores, que no habían seguido un curso específico de educación estadística.

Método

La muestra del estudio consistió de 183 futuros profesores de la Facultad de Educación de la Universidad de Granada, España. La tarea analizada en este trabajo fue respondida de forma

individual por cada participante como parte de la evaluación final de un curso de la Educación Matemática. En este curso (60 horas lectivas), los futuros profesores estudian el currículo de matemáticas para la educación primaria, los recursos didácticos, las dificultades de los niños, y las herramientas tecnológicas para la enseñanza de las matemáticas elementales. La mayoría de sesiones se dedican a trabajos prácticos, en los que los participantes realizaron análisis didácticos de las directrices curriculares, libros de texto, elementos de evaluación, respuestas de los niños a tareas concretas, y episodios de la enseñanza. Varias sesiones del curso se dedican a la probabilidad y estadística. El año anterior a aquél en que se pasó el cuestionario todos estos futuros profesores siguieron un curso de Matemáticas (90 horas lectivas), con alrededor de 10 horas de trabajo en el aula y 40 horas adicionales de trabajo extra-escolar dedicadas a la estadística y la probabilidad (datos, distribución, gráficos, promedios, variación, aleatoriedad y probabilidad, incluyendo algunos ejercicios de probabilidad compuesta y probabilidad condicional).

La tarea asignada a los participantes se presenta en la Figura 1 y es similar a la tarea utilizada por Estrada y Díaz (2006), aunque con un enunciado simplificado, con el fin de evitar el uso de expresiones negativas o el uso de las desigualdades en la definición de los sucesos en el espacio muestral. Las tres preguntas tuvieron como objetivo evaluar los conocimientos de los futuros profesores en relación a la probabilidad. Más específicamente, nos interesamos por la capacidad de los futuros profesores para leer la tabla e identificar los datos necesarios para calcular una probabilidad simple (pregunta a), una probabilidad compuesta (pregunta b), y una probabilidad condicional (pregunta c).

Tarea. En un colegio se pregunta a los alumnos, obteniendo los siguientes resultados:

	Chicos	Chicas	Total
Le gusta el tenis	400	200	600
No le gusta	50	50	100
Total	450	250	700

Parte 1. Si elegimos al azar uno de estos alumnos:

- ¿Cuál es la probabilidad de que le guste el tenis?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea una chica y además le guste el tenis?
- Sabiendo que el alumno elegido es chica, ¿Cuál es la probabilidad de que le guste el tenis?

Figura 1. Tarea dada a los participantes en el estudio

Recogidos los datos, se realizó un análisis semiótico de las respuestas abiertas de los estudiantes a cada uno de los tres apartados, que incluían los diagramas en árbol y fórmulas usadas, resultado numérico, y argumentos verbales. Siguiendo a Font, Godino y D'Amore (2007), en nuestro trabajo asumimos que en las prácticas matemáticas que realizan los sujetos al resolver problemas, se presentan múltiples funciones semióticas (bien de lectura o de representación), debido a la necesidad de usar y operar con objetos matemáticos, que son inmatrimales. Estos autores consideran una tipología de objetos matemáticos (expresiones verbales o simbólicas, propiedades, procedimientos, problemas, argumentos, conceptos), que intervienen en las prácticas matemáticas y cada una de los cuales puede jugar el papel de antecedente o consecuente de una función semiótica. En el trabajo matemático usamos unos objetos en representación de otros, en especial de los objetos abstractos, haciendo una correspondencia, con frecuencia implícita, entre el objeto representante y el representado. En

algunas ocasiones, sin embargo, los significados atribuidos por el profesor y un estudiante a una misma expresión matemática no coinciden (conflicto semiótico), lo que explica los errores de los estudiantes.

En el problema planteado, se clasifican 700 niños imaginarios en función de dos variables dicotómicas (le gusta o no el tenis; es chico o chica). Las cuatro celdas centrales representan frecuencias absolutas de la variable bidimensional asociada; en la tabla también aparece el total de sujetos (700) y las frecuencias absolutas marginales de cada valor de cada variable. Al tomar un sujeto al azar, estamos realizando un experimento aleatorio, compuesto de dos: E1, con dos sucesos: A= "Le gusta el tenis" y su complementario y E2 con otros dos sucesos: B= "ser chica" y su complementario. Las probabilidades pedidas en los tres apartados del problema son la probabilidad simple $P(A)$, la conjunta $P(A \cap B)$ y la probabilidad condicional $P(A/B)$. Puesto que los casos son todos equiprobables estas probabilidades pueden ser calculadas sin fórmulas, con una aplicación directa de la regla de Laplace como cociente de casos favorables y posibles. Todos estos objetos matemáticos coexisten en el problema y pueden ser confundidos por el alumno al interpretar las preguntas o tratar de resolverlas, produciendo un conflicto semiótico que causa un error en el alumno.

Resultados y Discusión

Los informes escritos producidos por los participantes en el estudio se analizaron y las respuestas a cada pregunta se clasificaron, teniendo en cuenta la exactitud de la respuesta, así como el tipo de errores, en caso de respuesta incorrecta. A continuación se describen las categorías obtenidas:

Respuestas básicamente correctas: Agrupamos en esta categoría las respuestas correctas, donde el alumno lee la tabla de doble entrada, identifica la probabilidad pedida y proporciona una solución correcta al problema. También se incluyen aquí las respuestas que proporcionan un resultado numérico correcto, con una simbolización incorrecta de las probabilidades, como por ejemplo: "La probabilidad de que le guste de tenis es $P(600/700)$ " (Estudiante 70).

Confundir probabilidades: Algunos participantes confunden probabilidades simples, compuestas y / o condicionales. La confusión más frecuente fue entre la probabilidad condicional y la compuesta: "La probabilidad de que le guste el tenis suponiendo que el estudiante es una chica es $200/700$ " (Estudiante 73). Este es un error descrito por Einhorn y Hogarth (1986) en estudiantes universitarios y también se encuentra en el 17% de los futuros profesores en la investigación Estrada y Díaz. Algunos participantes confunden $P(A/B)$ y $P(B/A)$, un error que fue descrito por Falk (1986): "Hay un 33% probabilidad de que una chica le gusta el tenis" (Estudiante 71).

En el siguiente ejemplo, en lugar de calcular una probabilidad simple, el estudiante calcula dos probabilidades condicionales, y se observa la incapacidad del estudiante para leer los datos en la tabla, ya que no llegó a la "lectura entre el nivel de los datos" (Curcio, 1989): "Probabilidad de que le guste el tenis es: $04/06 = 66,6\%$ para los chicos y $2/6 = 33,3\%$ para las chicas" (Estudiante 36). Otros estudiantes confunden la probabilidad simple con la probabilidad de un suceso elemental: "La probabilidad de que le guste el tenis si se selecciona un alumno al azar es $1/700$, ya que hay 700 alumnos" (Estudiante 82). El porcentaje de profesores en formación que confundió diferentes probabilidades fue ligeramente menor que el reportado por Estrada y Díaz, posiblemente porque la tarea se simplificó, evitando el uso de negaciones en la definición de los sucesos.

Confundir sucesos: En muy pocos casos se dio el caso de confundir la probabilidad de un suceso y su complemento, un error descrito por Estrada y Díaz (2006), "La probabilidad de que gusta el tenis es $\frac{50}{250} = 20\%$ " (Estudiante 102). Además, algunos futuros profesores confunden otros objetos matemáticos diferentes, tales como la probabilidad y la frecuencia (o el número de casos favorables) y obtienen una probabilidad mayor que 1.

Confundir fórmulas: Un pequeño número de profesores en formación identificó correctamente la probabilidad y utilizó símbolos correctos, pero no recordaba la fórmula, por lo que el resultado final fue incorrecto. Otros errores consistieron en calcular las medias de las frecuencias, o de asumir la independencia de los datos y aplicar directamente la regla del producto para eventos independientes para calcular la probabilidad compuesta.

A continuación se analiza la frecuencia con que se presentan estas diversas categorías en cada una de las preguntas planteadas, comparando nuestros resultados con los de Estrada y Díaz (2006).

Cálculo de la probabilidad simple

Las respuestas a la primera pregunta se presentan en la Tabla 1. El 59% de los alumnos proporciona respuestas correctas en este apartado y unos pocos más dan soluciones correctas pero cometen errores menores de cálculo o no escriben la fórmula, con lo que el porcentaje de respuestas básicamente correctas crece al 65,1%. Estrada y Díaz (2006) obtienen 75% de respuestas correctas en un ítem muy similar a este con 65 futuros profesores de la Universidad de Lleida.

Tabla 1.

Soluciones en el cálculo de probabilidad simple

	Soluciones dadas por los alumnos	Frecuencia	Porcentaje
Básicamente correcta	Responde correctamente	108	59,0
	Fórmula bien planteada con errores de cálculo	1	0,5
	Respuesta correcta sin escribir la fórmula	10	5,5
	Expresión simbólica incorrecta de la probabilidad	1	0,5
Confunde probabilidades	Confunde probabilidad simple y condicional	1	0,5
	Confunde probabilidad simple con probabilidad de suceso elemental	7	3,8
Confunde objetos	Confunde probabilidad con casos posibles	7	3,8
	Obtiene una probabilidad mayor que la unidad	2	1,1
Confunde fórmulas	Calcula $P(A) = N(A) / N(\bar{A})$	1	0,5
	Calcula la probabilidad de un suceso más la del complementario obteniendo la unidad.	2	1,1
	No calcula las probabilidades, sino compara con el 50%	1	0,5
No finaliza el problema	Identifica los sucesos sin calcular la probabilidad	2	1,1
	Incorrecta lectura de la tabla	1	0,5
	Escribe un número sin sentido	5	2,7
	No contesta	34	18,6
Total		183	100,0

A pesar de la mayor facilidad del ítem (en nuestro caso se evita la negación en el enunciado), en nuestra investigación los resultados son peores, lo que explicamos porque los

estudiantes de Estrada y Díaz seguían un curso optativo de Didáctica de la Estadística. Por su parte Díaz (2007) obtiene en el mismo ítem una proporción de aciertos del 84% en 590 estudiantes de psicología de cuatro universidades españolas. La mayor frecuencia de errores en el cálculo de la probabilidad simple se debe a la confusión de probabilidad con casos favorables, un error que, aunque con poca frecuencia, nos parece importante, dado que implica la no apreciación de los axiomas de probabilidad. También encontramos un error no descrito en las investigaciones previas consistente en calcular la probabilidad de un elemento al azar de la población que indica que el estudiante es incapaz de leer la tabla de doble entrada. Otros errores importantes son dar una probabilidad mayor que la unidad, o errores de cálculo. Destaca también el porcentaje de no respuestas.

Calculo de la probabilidad compuesta

En la tabla 2 se presentan los resultados en el cálculo de la probabilidad conjunta, donde el porcentaje de respuestas correctas no llega al 40% de la muestra. Comparando con los resultados de Estrada y Díaz (2006), quienes obtienen un 52% de respuestas correctas, por lo que nuestros resultados son peores y también que los de Díaz (2007), quien obtiene 53% de respuestas correctas en alumnos de psicología. Tanto en nuestro caso como en el de Estrada y Díaz (2006) y Díaz (2007), el porcentaje de respuestas correctas baja considerablemente, con respecto al porcentaje de respuestas correctas a la primera pregunta del ítem.

Tabla 2.

Soluciones en el cálculo de probabilidad compuesta

	<i>Soluciones dadas por los alumnos</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>Porcentaje</i>
Básicamente correctos	Responde correctamente	69	37,7
	Respuesta correcta sin escribir la formula	5	2,7
	Fórmula bien planteada con errores de cálculo	1	0,5
	Calcula 1- P(suceso contrario)	2	1,1
Confunde probabilidades	Confunde probabilidad simple y condicional	1	0,5
	Confunde probabilidad simple y compuesta	10	5,5
	Confunde probabilidad condicional y compuesta	25	13,6
	Confunde P(A/B) con P(B/A)	1	0,5
	Confunde probabilidad simple con probabilidad de suceso elemental	6	3,3
Confunde objetos	Confunde probabilidad con casos posibles	5	2,7
	Supone independenciam en los datos	3	1,6
	Confunde unión e intersección y asume incompatibilidad	2	1,1
Confunde sucesos	Confunde un suceso y su complementario	2	1
Confunde fórmulas	$P(A/B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\bar{A} \cap B)}$	2	1,1
	$P(A \cap B) = P(A) \times P(A/B)$	1	0,5
	$P(A \cap B) = P(A/B) \times P(A \cap B)$	1	0,5
	$P(A \cap B) = P(A) + P(A \cap B)$	1	0,5
	$P(A \cap B) = P(A) \times P(A/B)$ y supone que el porcentaje de chicos y chicas es 1/2.	1	0,5
	Fórmula sin sentido	1	0,5
	Obtiene probabilidad mayor que la unidad	3	1,6
Otros errores	No calcula las probabilidades sino compara con el 50%	1	0,5
	No finaliza	6	3,3
No contesta	Escribe un número sin sentido	6	3,3
	No contesta	33	18,0
	Total	183	100,0

Mayor variedad de errores aparecen en las respuestas, que en el cálculo de la probabilidad simple, destacando la confusión de probabilidades condicionales y conjuntas ya encontrado por Einhorn y Hogarth (1986) y Ojeda (1995) y Estrada y Díaz (2006). Agrupando los resultados, el 25% de los estudiantes confunde unas probabilidades con otras. Aparece también un error no citado en la literatura consistente en calcular la probabilidad de obtener un sujeto del total de la población o bien con las condiciones dadas (chica a la que gusta el tenis) al azar entre todas ellas. Es decir, dividir la unidad por el número de casos favorables para hallar la probabilidad, en lugar de aplicar la regla de Laplace. Destacamos también el hecho de que 10 estudiantes confunden probabilidad simple y compuesta, un error que no fue encontrado por Estrada y Díaz (2006). Díaz (2007) no informa sobre la naturaleza de los errores en su muestra de estudiantes de psicología.

Cálculo de la probabilidad condicional

Finalmente presentamos las respuestas en el cálculo de probabilidad condicional (Tabla 3) con un porcentaje de respuestas correctas similar al del segundo apartado y de nuevo inferior al obtenido por Estrada y Díaz (2006) quienes obtuvieron un 56% de respuestas correctas. Díaz obtiene un 52% de respuestas correctas en estudiantes de psicología. La principal confusión en este apartado es de nuevo la que se produce entre probabilidad condicional y compuesta coincidiendo con Einhorn y Hogarth (1986) y Ojeda (1995) y Estrada y Díaz (2006). Encontramos de nuevo algunos casos de alumnos que confunden, la probabilidad pedida con probabilidad del suceso elemental, error que como hemos indicado no se ha descrito anteriormente. Aparecen diversos errores producidos al intentar aplicar las fórmulas directamente sin una comprensión adecuada de las mismas y una alta proporción de no respuestas.

Tabla 3.

Soluciones en el cálculo de la probabilidad condicional

	Soluciones dadas por los alumnos	Frecuencia	Porcentaje
Básicamente correctas	Responde correctamente	77	42,1
	Fórmula bien planteada con errores de cálculo	3	1,6
Confunde probabilidades	Confunde probabilidad simple y condicional	2	1,1
	Confunde probabilidad condicional y compuesta	14	7,7
	Confunde $P(A/B)$ con $P(B/A)$	9	4,9
	Confunde probabilidad simple, con probabilidad de suceso elemental	5	2,7
Confunde sucesos	Confunde un suceso y su complementario	2	1,1
Confunde objetos	Confunde probabilidades con casos posibles	4	2,1
	Confunde unión e intersección, asumiendo incompatibilidad	1	0,5
Confunde fórmulas	$P(A/B) = P(A)/P(B)$	5	2,7
	$P(A/B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\bar{A} \cap B)}$	1	0,5
	$P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\bar{A} \cap B)}$	2	1,1
Otros errores	Obtiene probabilidades mayores que la unidad	2	1,1
	No calcula las probabilidades sino compara con el 50%	1	0,5
	Resultado numérico correcto y formula sin sentido	6	3,3
No finaliza	Escribe un numero sin sentido	6	3,3
	No contesta	43	23,5
	Total	183	100,0

Consecuencias para la formación del profesorado

Nuestros resultados sugieren que el cálculo de las probabilidades simples, compuestas y condicionales de una tabla de doble entrada no fue fácil para los participantes en la muestra, los cuales mostraron un bajo conocimiento común de la probabilidad de resolver esta tarea. Muchos futuros profesores no pudieron dar una respuesta a los problemas, y los errores cometidos coinciden con las investigaciones previas, en particular con Einhorn y Hogarth (1986) y Falk (1986). Estamos de acuerdo con Falk que el lenguaje cotidiano que utilizamos para indicar un problema de probabilidad condicional carece de precisión y por lo tanto es ambiguo. Sin embargo, un futuro profesor debe dominar el concepto y el lenguaje utilizado en la enseñanza, en particular el lenguaje es parte de la estadística, lo cual es importante para sus alumnos, y se debería transmitir.

Estos resultados son motivo de preocupación, ya que los futuros profesores de nuestra muestra tenderán a fallar en la enseñanza de la probabilidad, en algunas actividades profesionales que requieren del razonamiento probabilístico, tales como "averiguar lo que los estudiantes saben, la elección y la gestión de las representaciones de las ideas matemáticas, la selección y modificación de los libros de texto, decidir entre los cursos alternativos de acción " (Ball, Lubienski, y Mewborn, 2001, p. 453). En consecuencia, se sugiere la necesidad de mejorar la educación sobre probabilidad que estos futuros maestros reciben durante su formación.

Agradecimientos: La investigación está financiada por el proyecto EDU2010-14947 (MCIN), Becas FPI BES2008 y FPU AP2007-03222 (MEC-FEDER) y grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

Referencias y bibliografía

- Azcárate, P. (1995). *El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad. Su estudio en el caso de la Educación Primaria*. Tesis Doctoral. Universidad de Cádiz.
- Ball, D. L., Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 433-456). Washington, DC: American Educational Research Association.
- Batanero, C., Burrill, G., Reading, C., & Rossman, A. (Eds.) (2008), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey: ICMI and IASE. Online: www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.
- Batanero, C., Burrill, G., & Reading, C. (Eds.) (En prensa). *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI and IASE study*. New York: Springer.
- Batanero, C., Estepa, A., Godino, J. D., & Green, D. R. (1996). Intuitive strategies and preconceptions about association in contingency tables. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(2), 151-169.
- Batanero, C., Godino, J. D., & Cañizares, M. J. (2005) Simulation as a tool to train Pre-service School Teachers. In J. Addler (Ed.), *Proceedings of ICMI First African Regional Conference* [CD]. Johannesburg: International Commission on Mathematical Instruction.
- Begg, A., & Edwards, R. (1999, December). Teachers' ideas about teaching statistics. Paper presented at the *Annual Meeting of the Australian Association for Research in Education and the New Zealand*

Association for Research in Education. Melbourne, Australia.

- Chick, H. L., & Pierce, R. U. (2008). Teaching statistics at the primary school level: beliefs, affordances, and pedagogical content knowledge. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading, & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey: ICMI & IASE.
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: NCTM.
- Díaz, C. (2007). *Viabilidad de la enseñanza de la inferencia bayesiana en el análisis de datos en psicología*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Einhorn, H. J., & Hogart, R. M. (1986). Judging probable cause. *Psychological Bulletin*, 99, 3-19.
- Estrada, A., & Díaz, C. (2006). Computing probabilities from two way tables: an exploratory study with future teachers. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador (Bahia, Brazil): International Association for Statistical Education.
- Falk, R. (1986). Conditional probabilities: insights and difficulties. In R. Davidson & J. Swift (Eds.), *Proceedings of the Second International Conference on Teaching Statistics* (pp. 292-297). Victoria, Canada: International Statistical Institute.
- Fernandes, J. A., & Barros, P. M. (2005). Dificuldades de futuros professores do 1º e 2º ciclos em estocástica. In *Actas do V Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática (CIBEM)*, Porto: Faculdade de Ciências [CD].
- Font, J. D., Godino, J. D. y D'Amore, B. (2007). An ontosemiotic approach to representations in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 27 (2), 3-9.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2005). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A Pre-K-12 curriculum framework*. Alexandria, VA: American Statistical Association. Online: www.amstat.org/Education/gaise/.
- Franklin, C., & Mewborn, D. (2006). The statistical education of PreK-12 teachers: A shared responsibility. In G. Burrill (Ed.), *Thinking and reasoning with data and chance – NCTM 2006 Yearbook* (pp. 335-344). Reston, VA: NCTM.
- Gal, I. (2005). Towards “probability literacy” for all citizens: building blocks and instructional dilemmas. In G. Jones (Ed.), *Exploring probability in schools: challenges for teaching and learning* (pp. 39-63). New York: Springer.
- Huerta, P. (2009). On conditional probability problem solving research – structures and contexts. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 4(3), 163-194.
- Inhelder, B., & Piaget, J. (1955). *De la logique de l'enfant a la logique de l'adolescent*. Paris: PUF.
- Jones, G. (2005). Introduction. In G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: challenges for teaching and learning* (pp. 1-12). New York: Springer.
- Konold, C. (1991). Understanding students' beliefs about probability. In E. von Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education* (pp. 139-156). Dordrecht: Kluwer.
- Lecoutre, M. P. (1992). Cognitive models and problem spaces in "purely random" situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 557-568.
- MEC (2006a). *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación primaria*.

Ojeda, A. M. (1995). Dificultades del alumnado respecto a la probabilidad condicional. *UNO*, 5, 37-55.

Tversky, A., & Kahneman, D. (1982). Judgement of and by representativeness. In D. Kahneman, P. Slovic y A. Tversky (Eds.), *Judgement under uncertainty: Heuristics and biases* (pp. 84 – 98). Cambridge, MA: Cambridge University Press.