

## **El geogebra en las clases de matemáticas**

**EJE:** Uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación, en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

**Modalidad:** Taller

**Resumen:** De acuerdo al enfoque y a los contenidos del programa actual de la enseñanza y aprendizaje de matemáticas en secundaria, es necesario incorporar un software interactivo de matemáticas. Por lo cual el geogebra es un excelente instrumento de apoyo didáctico para que pueda desarrollar actividades de exploración y descubrimiento para los estudiantes en donde él tiene el papel de mediador entre el alumno y el conocimiento ya que reúne de manera dinámica geometría, algebra y cálculo.

### **Introducción**

Un principio fundamental en el estudio de la matemática es que el salón de clase se transforme en un medio donde el estudiante tenga oportunidad de reflexionar sobre su aprendizaje de la disciplina, es decir, que las actividades de estudio se conviertan en un vehículo para que el estudiante, constantemente, se plantee y discuta preguntas, que cuestione por qué las cosas se presentan de cierta forma. Esto significa que las actividades deben presentarse en forma de problemas o preguntas en los que el estudiante tenga la oportunidad de reflexionar, abordar y resolver una serie de interrogantes relacionadas directamente con el tema de estudio. Con esta perspectiva, el estudiante tendrá más elementos para investigar y analizar soluciones, resolver incompatibilidades y rediseñar o formular nuevos problemas.

Por lo cual el uso del geogebra apoya a los estudiantes en el planteamiento de conjeturas y como herramienta para graficar, visualizar y entender el significado de ciertas relaciones matemáticas.

### **Fundamentación**

Las actividades diseñadas para el presente taller se fundamenta en el enfoque, estándares para matemáticas en secundaria, los aprendizajes

esperados y los temas de los tres ejes del programa de estudio para matemáticas, secundaria, 2011.

### **ENFOQUE:**

El planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que se sugiere para el estudio de las Matemáticas, consiste en utilizar secuencias de situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar justamente los conocimientos y las habilidades que se quieren desarrollar. (SEP, 2011, Pág. 17).

Con el taller pretende apoyar al docente en el diseño de algunas actividades que apoyen al logro de los siguientes estándares:

- Sentido Numérico y Pensamiento Algebraico:

1.1.2 resuelve problemas que implican calcular el mínimo común múltiplo o el máximo común divisor

1.4.2 Resuelve problemas que involucran el uso de ecuaciones lineales o cuadráticas.

- Forma, espacio y medida

2.1.1. Resuelve problemas que implican construir círculos y polígonos regulares con base en información diversa, y usa las relaciones entre sus puntos y rectas notables.

2.1.2. Utiliza la regla y el compás para realizar diversos trazos como alturas de triángulos, mediatrices, rotaciones, simetrías, et cetera.

2.1.3. Resuelve problemas que impliquen aplicar las propiedades de la congruencia y la semejanza en diversos polígonos

- Manejo de la información

3.1.2. Expresa algebraicamente una relación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.

3.2.1. Calcula la probabilidad de eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes.

## Taller

<b>Nombre</b>	<b>El geogebra en las clases de matemáticas</b>
<b>Propósito</b>	Que los participantes reconozcan su utilidad en el estudio de las matemáticas, tomando como referencia el enfoque actual de la enseñanza y aprendizaje de esta asignatura.
Asistentes	Maestros de Secundaria
Actividades	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Conociendo el geogebra</b></li></ul> <p><b>Primer grado</b></p> <p>2.2 Mínimo Común Múltiplo(MCM) 3.4 Trazo de polígonos regulares( dadas algunas características) Lista de polígonos( nombre y propiedades de polígonos regulares) 1.5 Recta notables en el triángulo, recta de Euler 4.2 <i>Construcción de círculos a partir de diferentes datos</i></p> <p><b>Segundo grado</b></p> <p>1.3 y 3.3 Suma de ángulos interiores de un polígono</p> <p>5.6 Funciones: <math>y = mx + b</math> ( se resolverán algunos problemas) Resolución de algunos problemas como:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. <i>¿Cuál trabajo me conviene más?</i></li><li>2. <i>La huerta de manzanas</i></li></ol> <p><b>Tercer grado</b></p> <ol style="list-style-type: none"><li>3. <i>La cajita</i></li><li>4. Familia de parábolas</li></ol>
Tiempo	<b>Mínimo 6 horas.</b>
Requerimientos	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Aula de cómputo. ( computadora por cada uno o dos asistentes)</b></li><li>• <b>Proyector</b></li></ul>

## **Bibliografía básica**

- Guzmán R. y Manjarrez F. (2011) Módulo 2, Sentido Numérico y Pensamiento algebraico, Diplomado de actualización docente en el uso de software educativo para la enseñanza de las matemáticas en el nivel básico, CCS, Sinaloa, México
- Hohenwarter, Markus, Geogebra Manual 3.2
- SEP (2011) *Educación Secundaria. Matemáticas*. Programas de Estudio. Secretaría de Educación Pública. México

## **Bibliografía complementaria**

- Alarcón, J. y Barrón H. (1997) *La enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria*. SEP, México
- Barrón H. (2005), *Curso de matemáticas*, Baja California. DGEST, SEP. México
- Ifrah, G. (1988), *Las cifras. Historia de una gran invención*, Madrid, Alianza Editorial.
- Linares, S. y V. Sánchez (1988), "Las fracciones: diferentes interpretaciones", en *Fracciones*, Madrid, Síntesis, pp. 51-78.
- Rojano, T. y S. Ursini (1997), *Enseñando álgebra con hojas electrónicas de cálculo*, Grupo Editorial Iberoamérica.
- Santos, L. M. (1997), *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*, Grupo Editorial Iberoamérica.
- SEP - ILCE (2000), *Matemáticas con la hoja electrónica de cálculo. Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología*, México.
- SEP (1994), *Libro para el maestro. Matemáticas. Educación secundaria*, México.
- SEP (1999), *Fichero de actividades didácticas. Matemáticas. Educación secundaria*, México.
- SEP (2006). *Educación Secundaria. Matemáticas*. Programas de Estudio. Secretaría de Educación Pública. México
- SEP (2011) *Educación Secundaria. Matemáticas*. Programas de Estudio. Secretaría de Educación Pública. México
- Sessa, C (2008). *Iniciación al estudio didáctico del álgebra. Orígenes y perspectivas*. Reforma secundaria, SEP, México
- Ursina, S., Escareño, F., Montes, D., Trigueros, M. (2005). *Enseñanza del ÁLGEBRA ELEMENTAL Una propuesta alternativa*. Ed. Trillas.
- Ursina, S., Trigueros, M. (2006). *¿Mejora la comprensión del concepto de variable cuando los estudiantes cursan matemáticas avanzadas?*, *Educación Matemática* vol.18 Ed. Santillana, México. Pp.5-38

Direcciones electrónicas:

- <http://basica.sep.gob.mx/dgdgie/cva/gis/index.html>
- [http://nlvm.usu.edu/es/nav/topic\\_t\\_2.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/topic_t_2.html)

<http://www.efit-emat.dgme.sep.gob.mx/emat/ematpresentacion.htm>

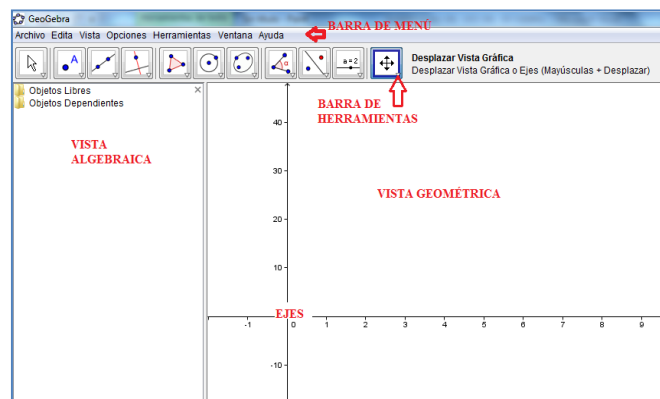
# Anexo

## Actividades del taller

Para arrancar el programa, haz doble clic sobre el icono que está en el *Escritorio*.  
(Si no encuentras el icono en el *Escritorio*, acceder desde *Inicio/Todos los programas/GeoGebra/GeoGebra*)

1. El siguiente procedimiento describe cómo puedes trazar y analizar las propiedades de **alturas, medianas, mediatrices y bisectrices** en un triángulo:

- i. Abre el software geogebra y te aparece la pantalla siguiente.



La parte superior de la pantalla tiene el siguiente aspecto:

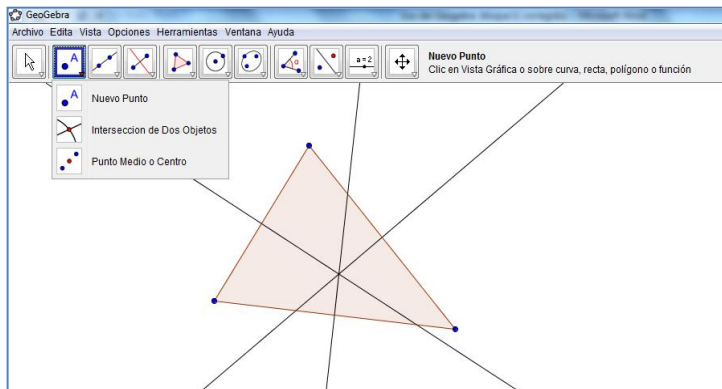


Da clic con el botón derecho del ratón en la ventana de vista en la barra de inicio, aparecerá un submenú. Da clic en la opción de "ejes", y después en "vista algebraica" como se muestra a continuación.

## 1. Recta notables en el triángulo, recta de Euler

Dibujar un triángulo cualesquiera

a) Traza las tres mediatrices.



Para marcar el punto de intersección de las tres mediatrices. Da clic en el icono de punto y aparecerá un submenú. Da clic en el submenú intersección de dos objetos como se muestra a continuación.

Observa y contesta.

¿Cómo se llama el punto de intersección?

Cambia el color de las mediatrices. Con el puntero cambia las características del triángulo.

Observa y contesta.

- i. ¿Qué pasa con el *Circuncentro*?
- ii. ¿Qué características debe tener el triángulo para que el *Circuncentro* queda fuera del triángulo?

Explora la barra de herramientas para que realices las siguientes actividades:

b) En el mismo triángulo traza las bisectrices del triángulo.

- i. Cambia los colores de las tres bisectrices
- ii. ¿Cómo se llama el punto de intersección?
- iii. Con el puntero cambia las características del triángulo.

- iv. ¿Qué características debe tener el triángulo para que el punto de intersección de las bisectrices quede fuera de este?
- v. Observa cómo se mueven los dos puntos que ya tienes identificados (Por las mediatrices y por las bisectrices)

c) Traza las alturas del triángulo.

- i. Cambia los colores de las alturas
- ii. Escribe el nombre del punto de intersección de las alturas
- iii. Con el puntero cambia las características del triángulo.
- iv. Observa y contesta:
- v. ¿Cómo se llama el punto de intersección?
- vi. ¿Puede coincidir la altura con algún lado del triángulo?
- vii. ¿Para algún triángulo el punto queda fuera del triángulo?

d) Traza las medianas del triángulo

- i. Cambia los colores de las medianas
- ii. Escribe el nombre del punto de intersección de las medianas
- iii. Con el puntero cambia las características del triángulo.
- iv. Observa y contesta:
- v. ¿Cómo se llama el punto de intersección?
- vi. ¿Puede coincidir la mediana con algún lado del triángulo?
- vii. ¿Para algún triángulo el punto queda fuera del triángulo?

e) Activa que se ve únicamente los puntos: ortocentro, circuncentro, baricentro y el incentro

f) Traza la recta que pasa por el ortocentro y el circuncentro

g) ¿Los otros puntos están en esta recta?

h) ¿Cuál de los cuatro puntos notables no pertenece a esta recta?

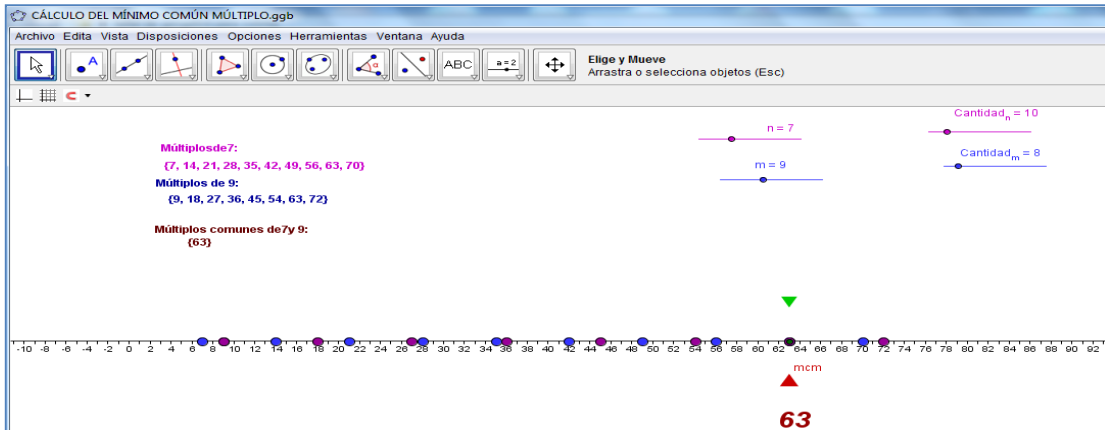
i) ¿Cómo se llama dicha recta?



## 2. Mínimo Común Múltiplo

A partir de una situación de coincidencia de encuentros, para introducir el concepto de múltiplo.

Con deslizadores, la lista de múltiplos, los múltiplos comunes y el MCM se observará la respuesta.



## 3. Trazo de polígonos regulares

Dadas algunas características:

### A. IMAGINA UN OCTÁGONO REGULAR.

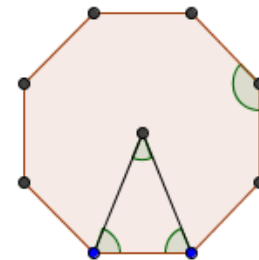
¿Cuánto crees que mide un ángulo central (el determinado por dos radios consecutivos)?

¿Por qué?

¿Y cada ángulo del octágono?

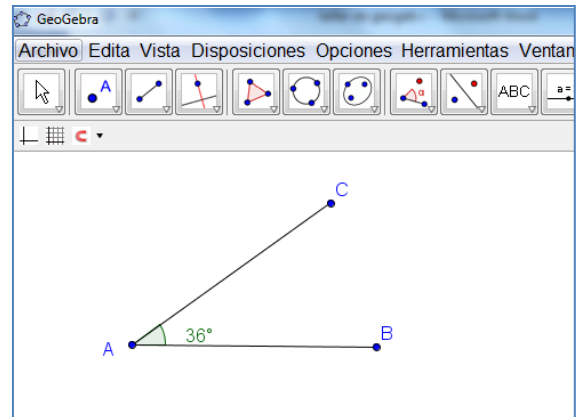
Compruébalo con *GeoGebra* (utilizando la herramienta **Polígono regular**) ¿Encuentras alguna relación entre las dos medidas?

¿Sabrías deducir las fórmulas para calcular la medida de cada ángulo y del ángulo central de un polígono regular de  $n$  lados?



## B. Conocido un ángulo inscrito en la circunferencia.

- i. Abre el software geogebra, oculta la vista algebraica y los ejes, de tal manera que te queda la vista geométrica.
- ii. Traza un segmento y a partir de este un ángulo de  $36^\circ$ .
- iii. Une los puntos B y C, formando un triángulo
- iv. El punto de intersección de las mediatrices es el centro del círculo. A partir de este traza la circunferencia que pase por los 3 puntos;
- v. El segmento BC es uno de los lados del polígono.

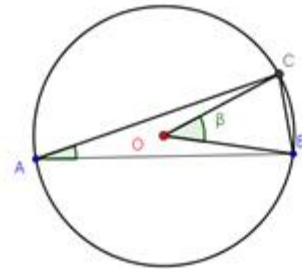


¿Cuánto mide el ángulo central?

¿Qué relación tienen el ángulo central y el ángulo inscrito?

¿Con los datos que tienes que polígono regular puedes trazar?

- vi. Utilizando el compás y los datos que tienes traza el polígono regular.
  - a) Describe tu procedimiento y guarda tu archivo.
- vii. Utiliza el ángulo central para trazar el mismo polígono.
- viii. Explica tu procedimiento.

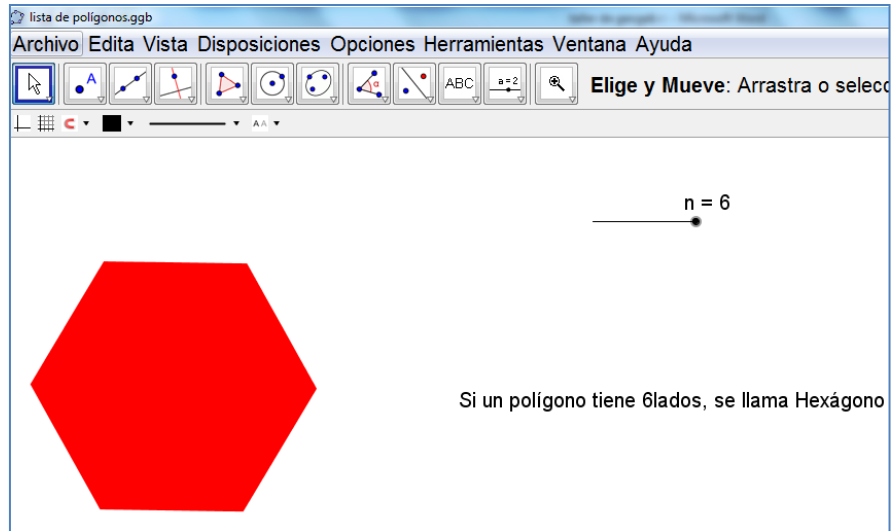


## C. Conocido la medida de un lado de un octágono Lado de 4 cms.

#### 4. Lista de polígonos

A partir de deslizadores, el uso de listas. Con ellas podemos crear una lista numérica o de texto, de la cual luego extraer la información  $n$  que nos convenga. En este caso la lista va a contener palabras. Vamos a extraer una lista de palabras aquellas que nos diga un deslizador numérico que vamos a crear.

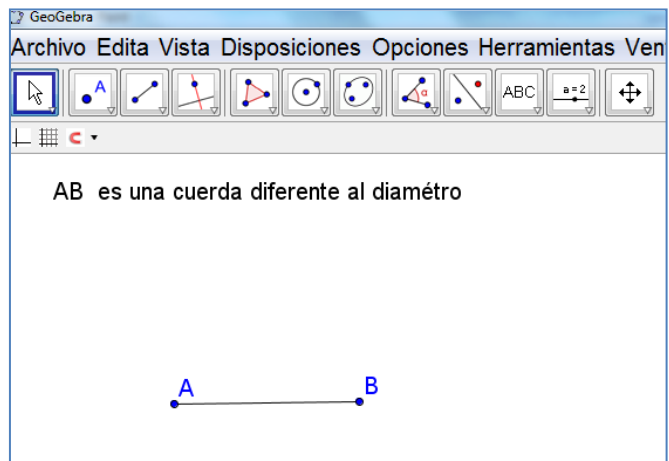
La segunda vamos a aprender que los objetos se pueden mostrar cuando nosotros queramos. En esta ocasión vamos a hacer que unos polígonos solo se podrán ver cuando se den unas circunstancias concretas.



#### 5. Construcción de círculos a partir de diferentes datos

Dada una cuerda diferente al diámetro

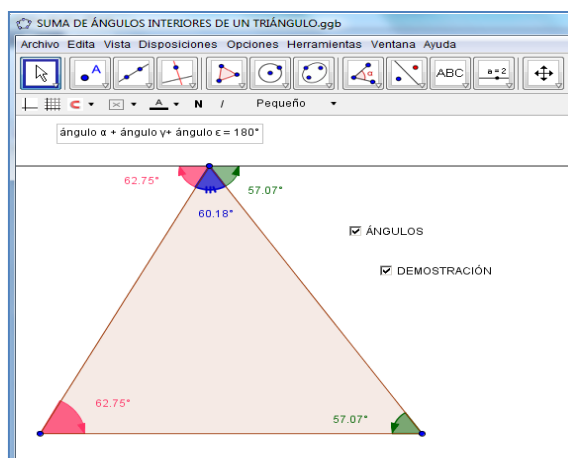
¿Cuántas circunferencias puedes trazar?



## 6. Demostración de la suma de ángulos interiores de un polígono

Con el uso de trazo de polígonos, medida de ángulos, casillas de control y textos se realizará la demostración de la suma de ángulos interiores de un triángulo.

¿Cómo lo harías para demostrar la suma de ángulos interiores de un cuadrilátero?



## PARTE No.2

**Nombre** Resolviendo Problemas con apoyo del geogebra

**Propósito** Conocimiento y uso del geogebra para resolver problemas de relación funcional y para la interpretación de gráficas de funciones

Se usará la vista algebraica, vista geométrica, hoja de cálculo  
La entrada y los comandos.

Actividades: Resolución de los siguientes problemas:

### 1. ¿CUÁL TRABAJO ME CONVIENE MÁS?

Un agente de ventas recibe dos ofertas de empleo de una misma compañía: un salario base mensual de \$1500 más 8% de comisión sobre las ventas, o bien 15% de comisión sobre las ventas, sin salario base. Escribe en cada caso una fórmula para indicar cómo dependen los ingresos del agente de las ventas que realiza.

a) Utiliza la vista “hoja de cálculo” y construye una tabla para comparar los ingresos posibles en cada caso; por ejemplo, ¿cuánto recibe si vende \$10 000, \$20 000, \$30 000, \$40 000?

b) ¿En qué caso le conviene aceptar una u otra oferta?

## 2. LA HUERTA DE MANZANAS

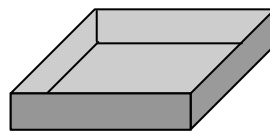
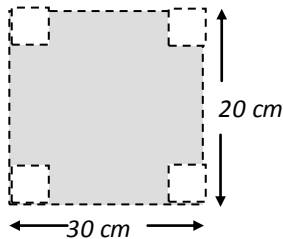
Un agricultor calcula que, si siembra 60 árboles en su huerta, obtendrá 35 kg por árbol de cosecha de manzanas, y los expertos le dicen que por cada árbol adicional que siembre por encima de 60, debido a la sombra que los árboles hacen unos sobre otros, obtendrá  $\frac{1}{2}$  kg menos de rendimiento por árbol. A él le interesa obtener una cosecha de 2,112 kg, pues es lo que se ha comprometido a vender en el mercado de la ciudad cuando tenga la cosecha.

- ¿Cuántos árboles le conviene sembrar?
- ¿Cómo representas el problema en un software matemático para encontrar la gráfica que representa el problema?
- Bosqueja cómo la gráfica antes de introducir la expresión a un software o programa.

## 3. LA CAJITA

A partir de un pedazo de lámina rectangular que mide 20 cm por 30 cm se va a fabricar una cajita, cortando cuadrillos en las esquinas y luego doblando como se

indica en la figura:



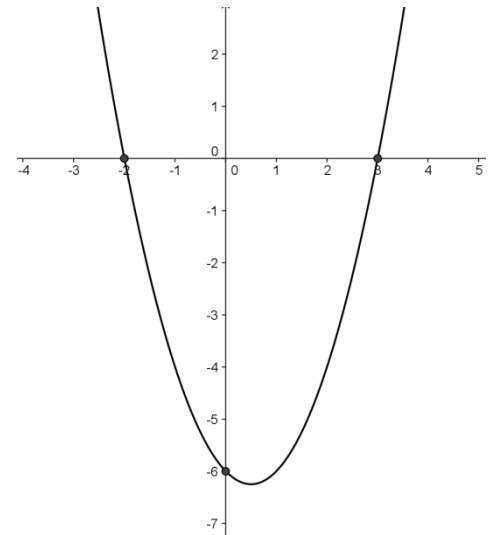
- ¿Cuál será el volumen de la cajita si los cuadrillos miden 1, 2, 3..., centímetros de lado?
- ¿De qué tamaño deberán ser los cuadrillos para que la cajita tenga el mayor volumen posible?
- Escribe la expresión algebraica que permita calcular el volumen de la caja en función del tamaño de los cuadrillos

- d) ¿Cuál es el tamaño de los cuadritos cuando el volumen es numéricamente igual a la cantidad del material empleado?
- e) Hacer la gráfica que representa la expresión algebraica

#### 4. GRÁFICAS Y FUNCIONES

En equipo analiza la siguiente gráfica:

- a) ¿Para qué valores de x los valores son positivos?
- b) ¿Y para cuáles valores de x los valores de y son negativos?
- c) ¿Cuál es la expresión algebraica de la gráfica?



#### 5. Graficando funciones

##### a) Usando el geogebra encuentra la familia de rectas:

$$y = mx + b$$

Usa deslizadores para cualquier valor de m y para los diferentes valores de b

Observa el comportamiento de las gráficas. ¿Qué puedes concluir sobre la relación de m y b con las gráficas?

##### b) Graficando funciones cuadráticas

$$y = ax^2 + b$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

Usa deslizadores, para los valores de a, b y c

Observa el comportamiento de las gráficas. ¿Qué puedes concluir sobre la relación de a, b y c con las gráficas?